

Correction de l'exercice 4 du cours Gestion Financière : “Gestion des stocks avec coût d'achat unitaire variable”

Question 1: étudier le coût total de stockage sur une année en fonction de la quantité commandée à chaque commande. On détaillera les trois composantes du coût total de stockage: le coût d'achat, le coût de passation des commandes, et le coût de location et de financement.

Les paramètres du modèle sont les suivants:

- Coût unitaire d'un composant: $c = 1 \text{ E / composant}$
- Coût de passation d'une commande: $a = 125 \text{ E / commande}$
- Coût annuel de stockage d'un composant: $i = 0,35 + 0,05 \cdot 1 = 0,40$
- Consommation de composants sur une année: $Y = 1.500 \text{ composants}$

Dans le modèle de base, le coût d'achat des composants sur une année est indépendant de la quantité commandée à chaque commande Q . Ce coût noté C_1 est donné par la formule:

$$C_1(Q) = c \cdot Y = 1 \cdot 1.500 = 1.500.$$

Le coût de passation de commandes sur une année est égal à $a \cdot n$, où n représente le nombre de commandes dans l'année. Les variables n et Q sont liées par la relation: $Y = n \cdot Q$. Le coût de passation de commandes est donc une fonction décroissante de la quantité commandée à chaque commande Q (il s'agit d'une branche de fonction hyperbole). Ce coût noté C_2 est donné par la formule:

$$C_2(Q) = \frac{aY}{Q} = \frac{187.500}{Q}.$$

Le coût de location et de financement sur une année est proportionnel au stock moyen sur l'année $\langle S \rangle$. Comme la consommation des composants est linéaire au cours du temps, les variables $\langle S \rangle$ et Q sont liées par la relation: $\langle S \rangle = Q/2$. Le coût de location et de financement est donc une fonction croissante de la quantité commandée à chaque commande Q (il s'agit d'une fonction linéaire). Ce coût noté C_3 est donné par la formule:

$$C_3(Q) = \frac{iQ}{2} = 0,20Q.$$

Le coût total de stockage sur l'année noté C est égal à la somme des trois composantes identifiées précédemment C_1 , C_2 et C_3 :

$$C(Q) = C_1(Q) + C_2(Q) + C_3(Q) = 1.500 + \frac{187.500}{Q} + 0,20 \cdot Q.$$

L'objectif de gestion consiste à minimiser le coût total de stockage. La quantité optimale de composants à commander à chaque commande reflète le compromis à trouver entre le coût de passation des commandes (qui décroît avec cette quantité) et le coût de location et de financement (qui croît avec cette quantité).

Question 2: déterminer les caractéristiques de la gestion optimale des stocks (quantité optimale de composants commandée à chaque commande, nombre de commandes dans l'année, dates de commandes et coût total de stockage sur une année).

La quantité optimale commandée à chaque commande notée Q^* est donnée par la formule de Wilson:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2aY}{i}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 125 \cdot 1.500}{0,40}} = 968,25 \text{ composants.}$$

Le nombre de commandes dans l'année noté n^* est donné par la formule:

$$n^* = \sqrt{\frac{iY}{2a}} = \sqrt{\frac{0,40 \cdot 1.500}{2 \cdot 125}} = 1,55 \text{ commandes.}$$

Les dates de commandes sont: 0, $1/n^*$, $2/n^*$... Monsieur Troicoult commande donc début janvier ($t=0$), puis vers la fin août ($t=1/1,55 \cdot 12=7,74$).

Évalué à la quantité optimale à commander à chaque commande, le coût total de stockage sur l'année est donné par la formule:

$$C(Q^*) = C_1(Q^*) + C_2(Q^*) + C_3(Q^*) = 1.500 + \frac{187.500}{968,25} + 0,20 \cdot 968,25 = 1.887,30 \text{ E.}$$

Question 3: représenter sur un même graphique le coût total de stockage sur une année ainsi que ses trois composantes (coût d'achat, coût de passation des commandes et coût de location et de financement) en fonction de la quantité commandée à chaque commande. On indiquera sur le graphique les informations pertinentes.

Un tableur permet de calculer les données numériques suivantes:

Q	C ₁	C ₂	C ₃	C
100,00	1500,00	1875,00	20,00	3395,00
200,00	1500,00	937,50	40,00	2477,50
300,00	1500,00	625,00	60,00	2185,00
400,00	1500,00	468,75	80,00	2048,75
500,00	1500,00	375,00	100,00	1975,00
600,00	1500,00	312,50	120,00	1932,50
700,00	1500,00	267,86	140,00	1907,86
800,00	1500,00	234,38	160,00	1894,38
900,00	1500,00	208,33	180,00	1888,33
1000,00	1500,00	187,50	200,00	1887,50
1100,00	1500,00	170,45	220,00	1890,45
1200,00	1500,00	156,25	240,00	1896,25
1300,00	1500,00	144,23	260,00	1904,23
1400,00	1500,00	133,93	280,00	1913,93
1500,00	1500,00	125,00	300,00	1925,00
1600,00	1500,00	117,19	320,00	1937,19
1700,00	1500,00	110,29	340,00	1950,29
1800,00	1500,00	104,17	360,00	1964,17
1900,00	1500,00	98,68	380,00	1978,68
2000,00	1500,00	93,75	400,00	1993,75

Ces données sont utilisées pour la représentation graphique du coût total de stockage et de ses trois composantes en fonction de la quantité commandée à chaque commande.

minimum correspondant est alors égal à 1.811,25 E.

Sur l'intervalle $[0, +\infty[$, le minimum de la fonction de coût de stockage est donc obtenu pour la valeur de Q égale à 1.000 composants. Monsieur Troicoult a donc intérêt à changer de fournisseur et à commander la quantité minimum (1.000 composants) à l'entreprise COUTBAS.

Un tableur permet de calculer les données numériques suivantes:

Q	C ₁	C ₂	C ₃	C
100,00	1500,00	1875,00	20,00	3395,00
200,00	1500,00	937,50	40,00	2477,50
300,00	1500,00	625,00	60,00	2185,00
400,00	1500,00	468,75	80,00	2048,75
500,00	1500,00	375,00	100,00	1975,00
600,00	1500,00	312,50	120,00	1932,50
700,00	1500,00	267,86	140,00	1907,86
800,00	1500,00	234,38	160,00	1894,38
900,00	1500,00	208,33	180,00	1888,33
1000,00	1500,00	187,50	200,00	1887,50
1000,00	1425,00	187,50	198,75	1811,25
1100,00	1425,00	170,45	218,63	1814,08
1200,00	1425,00	156,25	238,50	1819,75
1300,00	1425,00	144,23	258,38	1827,61
1400,00	1425,00	133,93	278,25	1837,18
1500,00	1425,00	125,00	298,13	1848,13
1600,00	1425,00	117,19	318,00	1860,19
1700,00	1425,00	110,29	337,88	1873,17
1800,00	1425,00	104,17	357,75	1886,92
1900,00	1425,00	98,68	377,63	1901,31
2000,00	1425,00	93,75	397,50	1916,25

Coût total de stockage sur l'année et ses trois composantes:
 coût d'achat, coût de passation des commandes, et coût de location et de financement

