

Correction de l'exercice 6 du cours Gestion Financière : “Placements et arbitrage”

Question 1 : déterminer la séquence de flux du placement proposé par le banquier (on adoptera le point de vue du client pour le calcul des flux).

Du point de vue du client, les flux du placement proposé par le banquier sont:

$$F_0 = -2.000 \text{ € et } F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = +560 \text{ €}$$

Question 2 : calculer la valeur nette présente de la séquence de flux du placement bancaire actualisée au taux du marché à l'aide de la table financière ci-jointe (on se contentera d'une valeur approchée). Interpréter la valeur nette présente du placement.

La valeur nette présente (VNP) de la séquence de flux du placement bancaire actualisée au taux du marché est donnée par:

$$VNP(0,10) = -2.000 + \frac{560}{1+0,10} + \frac{560}{(1+0,10)^2} + \frac{560}{(1+0,10)^3} + \frac{560}{(1+0,10)^4} + \frac{560}{(1+0,10)^5},$$

expression qui s'écrit en mettant le montant versé de 560 € en facteur:

$$VNP(0,10) = -2.000 + 560 \cdot \left(\frac{1}{1+0,10} + \frac{1}{(1+0,10)^2} + \frac{1}{(1+0,10)^3} + \frac{1}{(1+0,10)^4} + \frac{1}{(1+0,10)^5} \right).$$

La table financière permet de calculer la valeur présente d'une séquence de flux versant 1 E pendant 5 ans actualisée au taux de 10%:

$$\frac{1}{1+0,10} + \frac{1}{(1+0,10)^2} + \frac{1}{(1+0,10)^3} + \frac{1}{(1+0,10)^4} + \frac{1}{(1+0,10)^5} = 3,791.$$

Cette valeur permet de calculer simplement la VNP de la séquence de flux du placement proposé par le banquier:

$$VNP(0,10) = -2.000 + 3,791 \cdot 560 = 122,96 \text{ €}$$

Le calcul exact (réalisé à l'aide d'une calculatrice financière ou d'un tableur) donne une VNP égale à 122,84 €

Question 3 : calculer le taux de rentabilité interne de la séquence des flux du placement à l'aide de la table financière ci-jointe.

Le taux de rentabilité interne (TRI) est le taux d'actualisation qui annule la valeur nette présente de la séquence de flux du placement:

$$VNP(TRI) = -2.000 + \frac{560}{1+TRI} + \frac{560}{(1+TRI)^2} + \frac{560}{(1+TRI)^3} + \frac{560}{(1+TRI)^4} + \frac{560}{(1+TRI)^5} = 0.$$

Cette équation peut se mettre sous la forme:

$$\frac{1}{1+TRI} + \frac{1}{(1+TRI)^2} + \frac{1}{(1+TRI)^3} + \frac{1}{(1+TRI)^4} + \frac{1}{(1+TRI)^5} = \frac{2.000}{560} = 3,571.$$

La table financière permet de trouver une valeur approchée du taux de rentabilité interne en regardant dans la ligne correspondant à $n=5$ la case dont le nombre se rapproche le plus de 3,571. On trouve 3,605 pour $r=12\%$ et 3,517 pour $r=13\%$. La valeur du TRI est donc comprise entre 12% et 13% et se trouve vraisemblablement plus près de 12% que de 13%. Le calcul exact (réalisé à l'aide d'une calculatrice financière ou d'un tableur) donne un TRI égal à 12,38%.

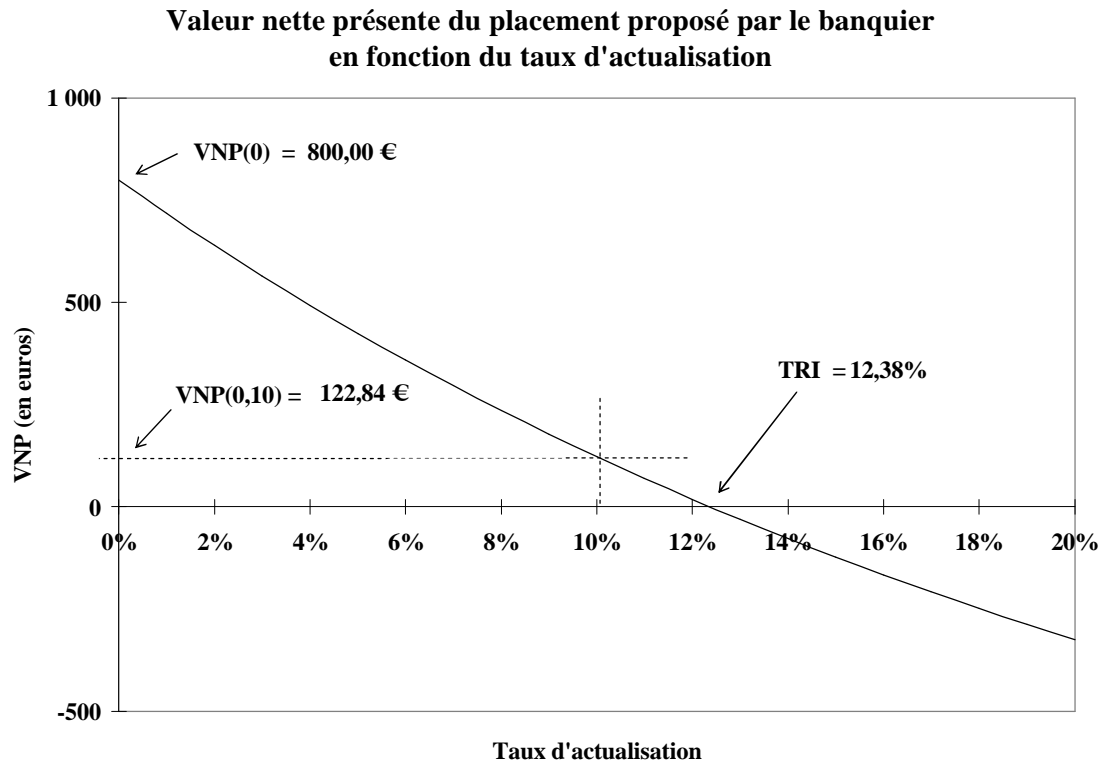
Question 4 : déterminer si le placement proposé par le banquier est un bon placement pour le client à l'aide de deux critères de décision différents que l'on présentera.

Les deux principaux critères pour le choix des investissements sont:

- Le critère de la valeur nette présente: $VNP > 0$.
- Le critère du taux de rentabilité interne: $TRI > r$.

Le placement proposé par le banquier vérifie les deux critères: la valeur nette présente (122,84 €) est positive et le taux de rentabilité interne (12,38%) est supérieure au taux d'actualisation (10%).

Question 5 : représenter graphiquement l'allure de la valeur nette présente en fonction du taux d'actualisation (on indiquera sur le graphique les informations pertinentes).



Question 6 : calculer la valeur future (à la fin de la cinquième année) de la séquence de flux du placement bancaire capitalisée au taux du marché.

La valeur future d'un investissement de 2 000 € dans le placement bancaire est donnée par :

$$560 \cdot (1 + 0,10)^4 + 560 \cdot (1 + 0,10)^3 + 560 \cdot (1 + 0,10)^2 + 560 \cdot (1 + 0,10)^1 + 560 = 3\,418,86 \text{ €}$$

Il s'agit de la somme dont disposera l'investisseur au bout de 5 ans s'il investit 2 000 € dans le placement bancaire à la date 0 et s'il place les revenus de ce placement perçus chaque année (560 €) sur le marché financier au taux de 10% l'an.

Question 7 : calculer la valeur future (à la fin de la cinquième année) de la séquence de flux d'un placement sur le marché d'un montant équivalent au montant investi dans le placement bancaire (2.000 €) capitalisée au taux du marché. Interpréter la différence entre les valeurs futures du placement bancaire et du placement sur le marché.

La valeur future d'un investissement de 2 000 € sur le marché financier au taux de 10% l'an est donnée par :

$$2\,000 \cdot (1 + 0,10)^5 = 3\,221,02 \text{ €}$$

Il s'agit de la somme dont disposera l'investisseur au bout de 5 ans s'il investit 2 000 € sur le marché financier au taux de 10% l'an.

A la fin de la cinquième année, on constate que le capital dont disposera l'investisseur sera supérieur dans le cas de l'investissement dans le placement bancaire que dans le cas l'investissement sur le marché financier. Il disposera de 197,84 € de plus. Cette somme est évaluée en euros dans 5 ans. Évaluée en euros d'aujourd'hui, cette somme est égale à :

$$\frac{197,84}{(1 + 0,10)^5} = 122,84 \text{ €}$$

On retrouve bien le résultat trouvé précédemment par le calcul d'actualisation.

Question 8 : déterminer précisément les opérations financières de l'arbitrage qui permettrait de profiter de la différence de rentabilité entre le placement proposé par le banquier et un placement sur le marché financier.

En investissant dans le placement proposé par le banquier, le client va gagner plus que le marché. Ce gain sera valorisé dans le futur à l'échéance du placement. L'arbitrage permet de valoriser le gain dans le présent.

Les opérations de l'arbitrage sont:

- 1) Investissement de 2.000 € dans le placement proposé par le banquier à la date 0
- 2) Emprunt sur un an de $560/(1+0,10)$ au taux de 10% à la date 0
- 3) Emprunt sur deux ans de $560/(1+0,10)^2$ au taux de 10% à la date 0
- 4) Emprunt sur trois ans de $560/(1+0,10)^3$ au taux de 10% à la date 0
- 5) Emprunt sur quatre ans de $560/(1+0,10)^4$ au taux de 10% à la date 0
- 6) Emprunt sur cinq ans de $560/(1+0,10)^5$ au taux de 10% à la date 0

Les flux de l'ensemble des opérations d'arbitrage sont:

- A la date 0: $-2.000 + 560/(1+0,10) + 560/(1+0,10)^2 + 560/(1+0,10)^3 + 560/(1+0,10)^4 + 560/(1+0,10)^5 = +122,84 \text{ €}$
- A la date 1: $+560 - 560 = 0 \text{ €}$
- A la date 2: $+560 - 560 = 0 \text{ €}$
- A la date 3: $+560 - 560 = 0 \text{ €}$
- A la date 4: $+560 - 560 = 0 \text{ €}$
- A la date 5: $+560 - 560 = 0 \text{ €}$

L'arbitrage permet d'encaisser dans le présent la différence de valeur entre le placement proposé par le banquier et le placement sur le marché.

Question 9 : quelle conséquence économique aurait la mise en place d'opérations d'arbitrage de ce type?

Les nombreuses opérations d'emprunts nécessaires à la mise en place de l'arbitrage vont entraîner une augmentation de la demande de crédit et donc une hausse du taux d'intérêt sur le marché financier. Après un certain temps, les deux placements présenteront la même rentabilité et l'opportunité d'arbitrage aura disparu.