

Exercice 2 du cours Management Bancaire : « Calcul de la VaR d'une position de marché »

La réglementation bancaire impose aux banques de maintenir un niveau de capital minimum pour absorber les pertes dues aux risques de marché. Depuis l'Amendement du Premier Accord de Bâle (1996), les banques peuvent calculer ce capital réglementaire à l'aide d'un modèle interne reposant sur l'estimation de la perte potentielle maximale sur une période donnée et pour un seuil de probabilité fixé, perte appelée value at risk ou VaR. Cette mesure du risque est aussi utilisée par certaines entreprises non-financières pour évaluer leurs risques de marchés, notamment par les entreprises utilisant des produits dérivés. Cet exercice a pour objectif de calculer la VaR d'une position de marché ainsi que le capital réglementaire associé à partir de données réelles.

I. Value at risk

La VaR est utilisée par les banques pour calculer elles-mêmes leur capital réglementaire mais aussi pour leur gestion interne (la définition de limites de trading ou l'allocation des fonds propres aux différentes activités par exemple). Pour le calcul du capital réglementaire, le régulateur impose d'utiliser les valeurs suivantes de paramètres de la VaR : 10 jours pour la période de détention et 99% pour le seuil de probabilité. Pour leur gestion interne, les banques peuvent utiliser d'autres valeurs de paramètres comme 1 jour pour la période de détention et 95% pour le seuil de probabilité.

Pour mettre en œuvre l'approche des modèles internes, les banques utilisent différentes méthodes pour calculer la VaR. Pour des positions linéaires, les trois principales méthodes sont : la méthode historique, la méthode paramétrique et la méthode de simulation de Monte Carlo.

La VaR sur 1 jour sera calculé à partir des données journalières. La VaR sur 10 jours pourra être calculée par deux méthodes distinctes : à partir des variations de valeur de la position calculée sur 10 jours (en utilisant des périodes glissantes ou disjointes) ou en utilisant la règle \sqrt{T} qui relie la VaR calculée à un horizon de T jours à la VaR calculée à un horizon de 1 jour par la relation :

$$VaR(T \text{ jours}) = \sqrt{T} \cdot VaR(1 \text{ jour}).$$

II. Etude de la VaR

Dans cet exercice, la VaR est calculée pour une position de marché sur un indice boursier (voir le fichier de données fourni). Afin d'avoir un panorama des résultats, la VaR sera calculée comme suit :

- Nature de la position : longue et courte
- VaR en unité monétaire (position initiale de 100 \$) ou VaR en pourcentage
- Période de détention : 1 jour et 10 jours
- Seuil de probabilité : 90%, 95%, 99%, 99,9% et 99,98%
- Date de calcul (pour la méthode conditionnelle) : dernière date de la base de données.

III. Questions

A) Calculs préliminaires

Question 1 : représenter graphiquement la valeur de l'indice au cours du temps.

Question 2 : construire la série des rentabilités journalières de l'indice. On s'interrogera sur le mode de calcul de la rentabilité. Représenter graphiquement cette rentabilité au cours du temps.

B) VaR historique

Question 3 : rappeler les avantages et les inconvénients de la méthode historique.

Question 4 : calculer la VaR d'après la méthode historique. La distribution historique sera estimée de deux façons : en utilisant tout l'historique de la base de données pour obtenir une VaR non-conditionnelle et en utilisant la dernière année pour obtenir une VaR conditionnelle qui tienne compte des récentes conditions de marché. Comparer et interpréter les résultats obtenus.

C) VaR paramétrique

Question 5 : rappeler les avantages et les inconvénients de la méthode paramétrique.

Question 6 : calculer la VaR d'après la méthode paramétrique utilisant la loi normale. On calculera une VaR non-conditionnelle à partir de la loi normale estimée en utilisant tout l'historique de la base de données et une VaR conditionnelle à partir de la loi normale estimée en n'utilisant que la dernière année de la base de données pour tenir compte des récentes conditions de marché. Comparer ces résultats à ceux obtenus avec la méthode historique. Expliquer les éventuelles différences.

D) VaR Monte Carlo

Question 7 : rappeler les avantages et les inconvénients de la méthode de simulation de Monte Carlo.

Question 8 : calculer la VaR d'après la méthode de simulation de Monte Carlo (voir l'Annexe 2 pour la mise en œuvre de simulations sur un tableur) utilisant un processus GARCH (voir l'Annexe 3 pour une présentation des processus GARCH). On calculera une VaR non-conditionnelle à partir de la loi non-conditionnelle et une VaR conditionnelle à partir de la loi conditionnelle pour tenir compte des récentes conditions de marché. Comparer ces résultats à ceux obtenus avec la méthode historique et la méthode paramétrique. Expliquer les éventuelles différences.

E) Etude des dépassements de la VaR

Question 9 : calculer le nombre de dépassements de la VaR. On choisira une méthode (historique ou paramétrique), une fréquence de rentabilité (1 jour ou 10 jours) et un seuil de probabilité (90%, 95%, 99%, 99,9% ou 99,98%). Que dire du nombre de dépassements de la VaR observés par rapport au nombre de dépassements anticipé ?

F) Capital réglementaire

Question 10 : rappeler les méthodes de calcul du capital réglementaire pour une banque en France.

Question 11 : calculer le capital réglementaire pour une position longue et une position courte dans le cadre de la réglementation française par les méthodes suivantes :

- Méthode forfaitaire,
- Méthode historique non-conditionnelle,
- Méthode paramétrique avec la loi normale non-conditionnelle,
- Méthode de simulation de Monte Carlo non-conditionnelle,
- Méthode historique conditionnelle (calcul à la dernière date de la base de données avec un an de données),
- Méthode paramétrique avec la loi normale conditionnelle (calcul à la dernière date de la base de données avec un an de données),
- Méthode de simulation de Monte Carlo conditionnelle (calcul à la dernière date de la base de données).

Pour les méthodes de l'approche des modèles internes, on donnera un intervalle correspondant à différentes qualités de contrôle des risques (paramètre α de la formule de calcul égal à 0 ou à 1).

En déduire la méthode la plus avantageuse pour la banque en termes de consommation de fonds propres réglementaires.

Question 12 : expliquer pourquoi une banque peut avoir intérêt à adopter l'approche des modèles internes au lieu de l'approche standard.

IV. Références

A) Méthodes de calcul de la VaR

Crouhy M., D Galai et R. Mark (2001) "*Risk Management*" McGraw Hill, Chapitre 5 "Measuring Market Risk: The VaR Approach".

Engle R. F. (1982) "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of Variance of United Kingdom Inflation," *Econometrica*, 50, 987-1008.

Jorion Ph. (1997) “*Value at Risk*” Irwin, Chapitre 5 “Measuring Value at Risk”.

Longin F. (2000) “From VaR to Stress Testing: The Extreme Value Approach,” *Journal of Banking and Finance*, 24, 1097-1130.

B) Réglementation bancaire française

Comité de Réglementation Bancaire et Financière, Règlement n°95-02 du 21 juillet 1995 relatif à la surveillance prudentielle des risque de marchés (remplacé par le règlement n°99-01 du 21 juin 1999).

C) Sites utiles

www.commission-bancaire.org: site de la Commission Bancaire (service de la Banque de France chargé de la surveillance des banques en France).

www.bis.org: site de la Banque des Règlements Internationaux (BRI) présentant des textes réglementaires officiels ainsi que des études.

www.economagic.com: site de données économiques et financières.

www.gloriamundi.org: site de ressources sur la VaR.

www.longin.fr: aller dans la partie réservée au cours « Management bancaire » / « Bank management » pour télécharger le fichier de données d’indices d’actions (trois indices sont disponibles : Dow Jones, S&P 500 et Nasdaq).

Annexe 1

Fonctions utiles de tableur

Comme le cas nécessite le traitement de données à l'aide d'un tableur, il peut être utile de connaître certaines fonctions facilitant le travail. Les fonctions sont données pour Excel.

Sélectionner de données

Pour sélectionner des données qui se trouvent dans une même colonne, se positionner sur la première cellule (en haut ou en bas), appuyer sur la touche « MAJ ↑ » en la laissant enfoncée, puis appuyer simultanément sur les touches « Ctrl » et « ↓ » (à partir de la cellule du haut) ou « Ctrl » et « ↑ » (à partir de la cellule du bas). Autre méthode : double cliquer sur le coin droit en base de la première cellule.

Copier une formule de calcul

Rentrer la formule dans la première cellule. Double cliquer sur le coin droit en base de la première cellule. La formule est alors automatiquement recopiée dans toute la colonne.

Trier des données

Pour calculer la VaR avec la méthode historique et la méthode de simulation de Monte Carlo, il est nécessaire d'ordonner la série de données.

La première opération consiste à recopier les données dans une autre colonne en ne conservant que la valeur des données comme format. Pour cela, sélectionner la série de données non ordonnée (procédure décrite ci-dessus), appuyer sur « CTRL » et « C » pour copier cette série, se positionner dans la cellule où l'on veut copier les données, aller dans « Edition », puis « Collage spécial » et cocher la case « Valeurs ».

La deuxième opération consiste à trier les données. Sélectionner les données nouvellement copiées. Cliquer sur « Données » dans le menu principal, cliquer sur « Trier », choisir « Continuer avec la sélection en cours », cliquer sur « Trier », cocher l'option « Ordre croissant » et valider par « OK ».

Fonctions statistiques

On pourra utiliser les fonction statistiques suivantes : moyenne, écart-type et inverse de la distribution normale.

Annexe 2

Simulation de variables aléatoires normales

Utilisation du générateur de nombres aléatoires tirés d'une loi uniforme (macro)

Sous Excel, un simulateur de nombres aléatoires se trouve dans la macro complémentaire « Analyse de données » / « Data analysis ». Pour accéder à cette macro, cliquer sur « Outils » / « Tools » dans la barre de menu du haut, puis sur « Analyse de données » et enfin sur « Simulateur de nombres aléatoires » / « Random Number Generation ». Si la macro complémentaire « Analyse de données » / « Data analysis » n'est pas activée, cliquer sur « Outils » / « Tools », puis sur « Macros complémentaires » / « Additional macro » et cocher la case devant « Analyse des données » / « Data analysis ».

Entrer le nombre de variables (une variable dans le cas présent), le nombre de nombres aléatoires (à définir), le type de distribution (« Normal »), les valeurs des paramètres de la loi normale (moyenne et écart-type à définir) et la plage de données.

Utilisation du générateur de nombres aléatoires tirés d'une loi uniforme (fonction)

A défaut, il est toujours possible d'utiliser le simulateur de base qui donne des nombres aléatoires tirés d'une loi uniforme. Sous Excel, cliquer sur « Insertion » dans le menu du haut, puis sur « Fonctions » et sélectionner la fonction « Aléa ».

Des nombres aléatoires tirés d'une loi normale peuvent ensuite être obtenus à partir de nombres aléatoires tirés d'une loi uniforme avec la transformation suivante :

$$W_1 = \sqrt{-2 \cdot \ln(U_1)} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot U_2)$$

$$W_2 = \sqrt{-2 \cdot \ln(U_1)} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot U_2)$$

où W_1 et W_2 sont des nombres aléatoires tirés d'une loi normale et U_1 et U_2 des nombres aléatoires tirés d'une loi uniforme.

Annexe 3

Processus GARCH

Faits stylisés sur les marchés financiers

D'un point de vue statistique, les rentabilités des prix des actifs financiers présentent certaines caractéristiques que l'on retrouve d'un actif à l'autre, d'un marché à l'autre et d'une période à l'autre :

- Alternance de périodes de faible volatilité et de périodes de forte volatilité
- Regroupement de fortes rentabilités aussi bien positives que négatives sur de courtes périodes (*clustering effect*)
- Probabilité plus élevée d'obtenir une forte rentabilité après avoir observé une forte rentabilité qu'après avoir observé une faible rentabilité
- Queues épaisses des distributions des rentabilités

Eléments de théorie

Les faits stylisés mentionnés ci-dessus sont bien pris en compte par la classe des processus ARCH ou GARCH (*generalized auto-regressive conditional heteroskedastic*) introduits par Engle (1982).

Un processus GARCH(1,1) est donné par :

- Equation de la moyenne (premier moment) :

$$r_t = \mu + \varepsilon_t$$

- Equation de la variance (deuxième moment) :

$$\sigma_t^2 = E_{t-1}(\varepsilon_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \cdot \sigma_{t-1}^2$$

Les paramètres μ , α_0 , α_1 et β_1 sont estimés par un algorithme (algorithme du maximum de vraisemblance par exemple).