

Correction de l'exercice du cours Gestion Financière à Court Terme : "Mesure de l'exposition au risque de change d'une entreprise"

Question 1: quels sont les types de risque auxquels est soumise l'entreprise française?

Comme la vente est à crédit, l'entreprise française supporte un risque client qui se réalisera en cas de non-paiement du client américain.

Comme la vente est libellée en dollar, l'entreprise française supporte aussi un risque de change.

Question 2: en supposant que le client paie l'entreprise à la date T , montrer que le montant de la couverture qui minimise le risque (mesuré par l'écart-type) portant sur le flux couvert est égal au coefficient b de la régression du flux de trésorerie non couvert sur le taux de change du dollar.

Le flux non couvert X_T à la date T exprimé en euro égal au produit du montant du paiement du client à la date T , E_T , et du taux de change du dollar à la date T , S_T :

$$X_T = E_T \cdot S_T.$$

Comme on suppose qu'il n'y a pas de risque client, le montant du paiement du client à la date T est égal au montant de la vente à la date 0, V_0 . Le flux non couvert X_T à la date T est donc égal à:

$$X_T = V_0 \cdot S_T.$$

L'entreprise française bénéficiera d'une hausse du taux de change du dollar. L'entreprise a donc une position longue sur le dollar. Pour se couvrir, elle doit prendre une position inverse (une position courte) sur le marché à terme. Elle doit s'engager à vendre à terme des dollars.

Du point de vue de l'entreprise française, le flux de trésorerie à la date T provenant du contrat à terme est égal à:

$$N(F_0 - S_T).$$

Le flux couvert X_T^* à la date T exprimé en euro est égal à la somme du flux non couvert et du flux de trésorerie du contrat à terme:

$$X_T^* = X_T + N(F_0 - S_T) = (V_0 - N) \cdot S_T + N \cdot F_0.$$

La variance de ce flux est égale à:

$$\text{Var}(X_T^*) = (V_0 - N)^2 \cdot \text{Var}(S_T).$$

La variance du flux de trésorerie couvert est minimale pour $N = V_0$.

En utilisant le modèle de régression $X_T = a + b \cdot S_T + e_T$ et l'expression du flux non couvert $F_T = V_0 \cdot S_T$, on en déduit par identification que $b = V_0$.

Le montant de la couverture correspond donc bien au coefficient b de la régression du flux de trésorerie non couvert à la date T sur le taux de change du dollar au comptant à la date T .

Question 3: en supposant que le client pourrait ne pas payer l'entreprise à la date T , montrer que le montant de la couverture qui minimise le risque (variance) sur le flux couvert est égal au coefficient de la régression du flux de trésorerie non couvert sur le taux de change du dollar. Montrer que le flux couvert n'est pas corrélé avec le cours du dollar.

Montant de la couverture

Comme dans la question précédente, le flux non couvert X_T à la date T exprimé en euro est donné par:

$$X_T = E_T S_T.$$

On ne peut pas déterminer a priori si l'entreprise française bénéficiera d'une hausse ou d'une baisse du taux de change du dollar. Cela dépend de la relation entre l'encaissement E_T et le taux de change du dollar S_T . Dans certains cas, l'entreprise a une position longue sur le dollar et doit prendre une position courte sur le marché à terme, et dans d'autres cas, l'entreprise a une position courte sur le dollar et doit prendre une position longue sur le marché à terme.

Du point de vue de l'entreprise française, le flux de trésorerie à la date T provenant du contrat à terme est égal à:

$$N(F_0 - S_T).$$

Dans la formalisation du problème, la valeur nominale N du contrat à terme peut être considérée comme algébrique. Une valeur positive correspond à une position courte (vente à terme) et une valeur négative à une position longue (achat à terme).

Le flux couvert X_T^* à la date T exprimé en euro est égal à la somme du flux non couvert et du flux de trésorerie du contrat à terme:

$$X_T^* = X_T + N(F_0 - S_T).$$

La variance de ce flux est égale à:

$$\text{Var}(X_T^*) = \text{Var}(X_T) + N^2 \cdot \text{Var}(S_T) - 2 \cdot N \cdot \text{Cov}(X_T, S_T)$$

La variance du flux de trésorerie couvert par le contrat à terme est minimale pour $N = \text{Cov}(X_T, S_T) / \text{Var}(S_T)$, qui correspond bien au coefficient b de la régression du flux de trésorerie non couvert sur le taux de change du dollar.

Variance du flux de trésorerie couvert

En utilisant la régression $X_T = a + b \cdot S_T + e_T$ et le fait que $b=N$, le flux de trésorerie couvert s'écrit:

$$X_T^* = a + b \cdot S_T + e_T + N(C_0 - S_T) = a + N C_0 + e_T$$

La variance du flux de trésorerie couvert X_T^* est donc égale à:

$$\text{Var}(X_T^*) = \text{Var}(e_T).$$

Non corrélation entre le flux de trésorerie couvert et le taux de change du dollar

Pour montrer que le flux de trésorerie couvert n'est pas corrélé avec le taux de change du dollar, on peut calculer la covariance entre ces deux variables:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(X_T^*, S_T) &= \text{Cov}(X_T + N(F_0 - S_T), S_T) = \text{Cov}(a + b \cdot S_T + e_T + N(F_0 - S_T), S_T) \\ &= \text{Cov}(a + N F_0 + e_T, S_T) = \text{Cov}(e_T, S_T) = 0. \end{aligned}$$

Comme la covariance est nulle, la corrélation l'est aussi.

Question 4: déterminer dans chaque cas les éléments suivants:

- Le montant du flux de trésorerie non couvert pour chaque scénario
- La valeur du risque (mesuré par l'écart-type) sur le flux de trésorerie non couvert
- Le nominal du contrat à terme permettant de couvrir le flux de trésorerie
- Le montant du flux de trésorerie couvert pour chaque scénario
- La valeur du risque (mesuré par l'écart-type) sur le flux de trésorerie couvert.

Analyser les résultats obtenus dans chaque.

Détails des calculs:

Taux de change S_T:	CAS 1:	CAS 2:	CAS 3:
Scénario 1 (EUR/USD)	0,90	0,90	0,90
Scénario 2 (EUR/USD)	1,00	1,00	1,00
Scénario 3 (EUR/USD)	1,10	1,10	1,10
Moyenne (EUR/USD)	1,00	1,00	1,00
Variance (EUR ² /USD ²)	0,0067	0,0067	0,0067
Ecart-type (EUR/USD)	0,0816	0,0816	0,0816
Flux de trésorerie non couvert X_T:	CAS 1:	CAS 2:	CAS 3:
Scénario 1 (EUR)	900 000	720 000	900 000
Scénario 2 (EUR)	1 000 000	1 000 000	900 000
Scénario 3 (EUR)	1 100 000	1 100 000	660 000
Moyenne (EUR)	1 000 000	940 000	820 000
Variance (EUR ²)	6 666 666 667	25 866 666 667	12 800 000 000
Ecart-type (EUR)	81 650	160 831	113 137
Covariance avec le taux de change (EUR ² /USD)	6 667	12 667	-8 000
Corrélation avec le taux de change	1,00	0,96	-0,87
Nominal du contrat à terme N (USD)	1 000 000	1 900 000	-1 200 000
	(position courte)	(position courte)	(position longue)
Flux de trésorerie couvert X_T^*:	CAS 1:	CAS 2:	CAS 3:
Scénario 1 (EUR)	1 000 000	910 000	780 000
Scénario 2 (EUR)	1 000 000	1 000 000	900 000
Scénario 3 (EUR)	1 000 000	910 000	780 000
Moyenne (EUR)	1 000 000	940 000	820 000
Variance (EUR ²)	0	1 800 000 000	3 200 000 000
Ecart-type (EUR)	0	42 426	56 569
Covariance avec le taux de change (EUR ² /USD)	0	0	0
Corrélation avec le taux de change	0,00	0,00	0,00

Analyse du cas 1:

Dans le cas 1, l'entreprise n'est soumise qu'au risque de change. Il n'y a donc qu'une seule source de risque.

Le flux de trésorerie non couvert est parfaitement corrélé avec le taux de change du dollar (le coefficient de corrélation entre les deux variables est égal à 1,00). L'entreprise française est donc longue sur le dollar.

Une position courte dans un contrat à terme de valeur nominale de 1.000.000 USD (le montant de la vente) permet d'éliminer le risque de change. Avant la mise en place de la couverture, la valeur du risque portant sur le flux de trésorerie (non couvert) mesuré par l'écart-type est égale à 81.650 EUR. Après la mise en place de la couverture, la valeur du risque portant sur le flux de trésorerie (couvert) est nulle. Le risque a donc été éliminé: l'entreprise française est certaine de recevoir 1.000.000 EUR à l'échéance.

Analyse du cas 2:

Dans le cas 2, l'entreprise est soumise à la fois au risque de change et au risque client. Il y a donc deux sources de risque.

Le flux de trésorerie non couvert est positivement (mais imparfaitement) corrélé avec le taux de change du dollar (le coefficient de corrélation entre les deux variables est égal à 0,96). Comme dans le cas 1, l'entreprise française est donc longue sur le dollar.

Une position courte dans un contrat à terme de valeur nominale de 1.900.000 USD permet de réduire le risque de change portant sur le flux de trésorerie à l'échéance. Avant la mise en place de la couverture, la valeur du risque portant sur le flux de trésorerie (non couvert) est égale à 160.831 EUR. Après la mise en place de la couverture, la valeur du risque portant sur le flux de trésorerie (couvert) est égale à 42.426 EUR. Le risque a donc diminué.

Analyse du cas 3:

Dans le cas 3, comme dans le cas 2, l'entreprise est soumise à la fois au risque de change et au risque client. Il y a donc deux sources de risque.

Le flux de trésorerie non couvert est négativement corrélé avec le taux de change du dollar (le coefficient de corrélation entre les deux variables est égal à -0,87). L'entreprise française est donc courte sur le dollar.

Une position longue dans un contrat à terme de valeur nominale de 1.200.000 USD permet de réduire le risque de change portant sur le flux de trésorerie à l'échéance. Avant la mise en place de la couverture, la valeur du risque portant sur le flux de trésorerie (non couvert) est égale à 113.137 EUR. Après la mise en place de la couverture, la valeur du risque portant sur le flux de trésorerie (couvert) est égale à 56.569 EUR. Le risque a donc diminué.