

# Correction de l'exercice du cours Gestion Financière à Court Terme : « Cas Kérosène Air France »

## A. Modélisation du prix du kérosène

**Question 1 :** construire à partir des données journalières de prix *spot* du kérosène une série journalière de variation annuelle de prix (utilisation de périodes glissantes). Construire un graphique mettant en évidence la volatilité annuelle du prix du kérosène.

Afin de travailler avec une série stationnaire, il est nécessaire de transformer les prix en variations de prix :  $(P_{t+1} - P_t) / P_t$ .

Dans la mesure où la gestion des risques (et les comptes de l'entreprise) s'effectue sur une base annuelle, il est judicieux d'étudier l'impact d'une variation de prix du kérosène sur une année.

Deux approches sont possibles pour la construction de la série temporelle des variations de prix: utiliser des périodes glissantes ou utiliser des périodes disjointes. Avec la première approche, la série contient un nombre important d'observations mais les observations sont très dépendantes car deux observations consécutives portent sur des périodes quasi identiques (seuls le premier jour et le dernier jour diffèrent). Avec la deuxième approche, la série contient un petit nombre d'observations mais qui présentent l'avantage d'être moins dépendantes car les périodes considérées sont disjointes.

Les deux figures ci-dessous retracent l'évolution des variations de prix du kérosène sur la période Juin 1986 – Décembre 2002.

**Figure 1 – Variation du prix du kérosène (périodes glissantes)**

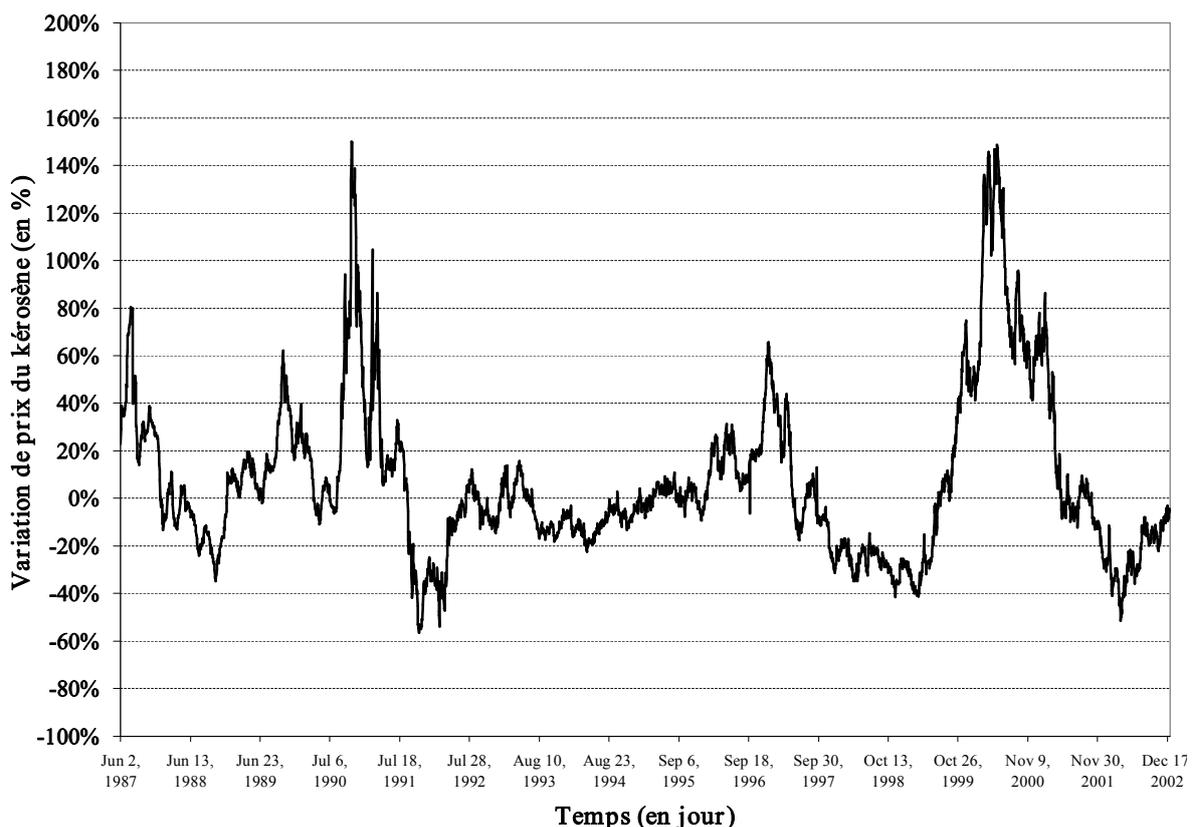
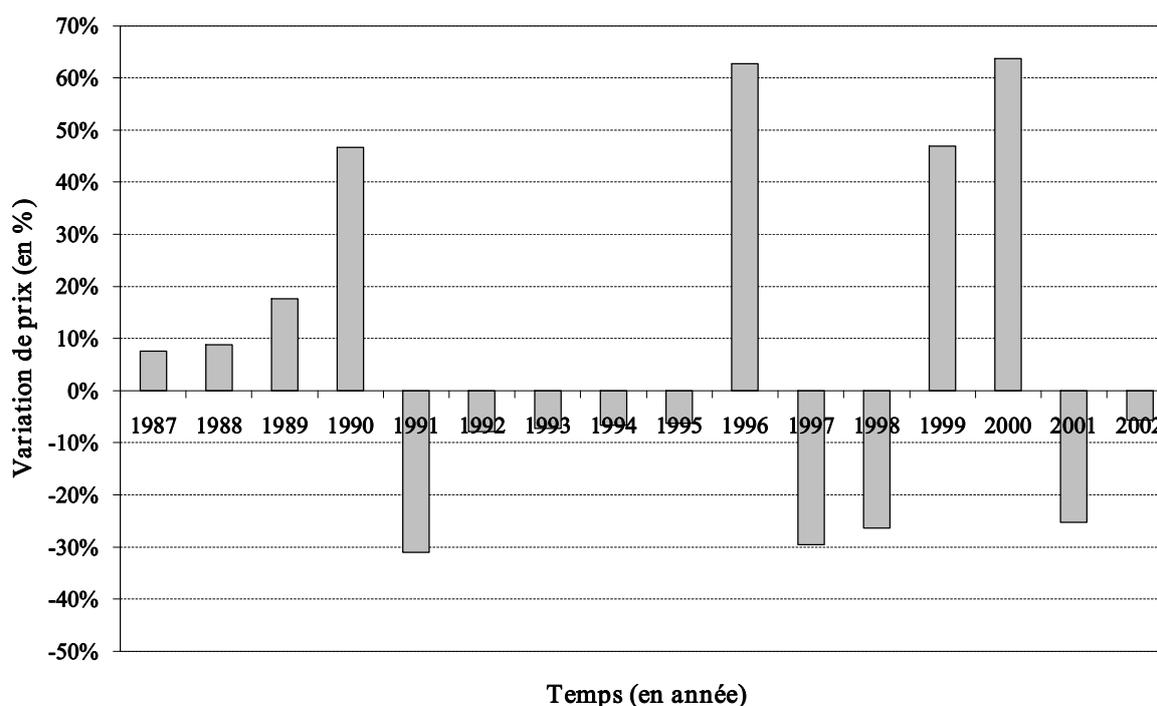


Figure 2 – Variation du prix du kérosène (périodes disjointes)



Les deux figures ci-dessus montrent la grande volatilité du cours du kérosène. Avec des variations annuelles calculées chaque jour (Figure 1), l'amplitude des variations est de l'ordre  $-60\%$  /  $+150\%$ . En ne considérant que les variations sur des années civiles (Figure 2), l'amplitude est de l'ordre  $-30\%$  /  $+70\%$ .

**Question 2 : construire l'histogramme des variations annuelles de prix du kérosène. En déduire la hausse annuelle maximale du prix pour des niveaux de probabilité de 25%, 10%, 5% et 1% (notions de *value at risk* et de *stress*).**

D'après l'histogramme des variations annuelles de prix du kérosène (obtenue à partir d'une série ordonnée), on déduit les quantiles suivants : Top 25%:  $+19,30\%$ ; Top 10%:  $+55,57\%$ ; Top 5%:  $+73,78\%$ ; Top 1%:  $+132,03\%$

Le quantile à 25% correspond à un événement qui produit en moyenne tous les 4 ans et s'apparente donc à des conditions ordinaires de marché. Les autres quantiles correspondent à des événements qui apparaissent plus rarement, en moyenne tous les 10, 20 et 100 ans et s'apparentent à des conditions extraordinaires de marché.

## B. Etude de l'impact du prix du kérosène pour la compagnie aérienne

**Question 3 : quantifier l'impact d'une variation du prix du kérosène sur les comptes de l'entreprise. On supposera que le prix du kérosène pour une année est constant sur l'année de sorte qu'une seule variable de prix est à considérer. On s'interrogera aussi sur la variable pertinente à considérer (excédent brut d'exploitation, résultat d'exploitation, résultat courant avant impôt, etc.) et on calculera différents indicateurs de risque : la sensibilité, le profit à risque (résultat minimal pour des niveaux de probabilité de 25%, 10%, 5% et 1%) et la probabilité de réaliser une perte.**

Raisonnons sur l'année 2002 : la quantité de carburant achetée a été de 15 370 000 barils à

un prix moyen de 97,80 dollars le baril, ce qui donne une dépense en carburant égale à 1 443 millions d'euros.

Le poste « Carburant Avions » a un impact direct sur tous les soldes intermédiaires de gestion du compte de résultat : excédent brut d'exploitation (sensibilité de -1,24), résultat courant avant impôt (sensibilité de -6,14), résultat courant avant impôt (sensibilité de -10,61) et résultat net (sensibilité de -6,04). En d'autres termes, une augmentation de 1% du prix moyen du carburant entraînera une baisse de 1,24% de l'EBE ou encore une baisse de 6,04% du résultat net. Tous les soldes intermédiaires de gestion considérés ci-dessus sont pertinents. Le résultat net est sans doute la variable la plus visible et discutée par les analystes financiers et les investisseurs mais pas toujours la plus pertinente.

Utilisons la distribution historique des variations de prix du kérosène pour envisager d'autres scénarios qui auraient pu se produire. Avec une hausse du prix du kérosène de 19,30% (quantile à 25%), l'excédent brut d'exploitation passe de 1 161 M€ à 983 M€ et le résultat net de 153 M€ à 39 M€. Un choc sur le prix qui se produit en moyenne tous les quatre ans transforme donc un bénéfice en perte. Des résultats encore plus dramatiques sont obtenus avec des chocs plus grands (quantile à 10%, 5% et 1%).

Un calcul rapide montre qu'une augmentation du prix du moyen du kérosène de 16,60% aurait annihilé le résultat de l'année 2002. Une augmentation de prix supérieure à 16,60% a historiquement une probabilité de 27,07% de se produire.

En conclusion, sans gestion active du risque de prix du pétrole, le résultat de la compagnie est très variable...

#### **Question 4 : quantifier l'impact d'une variation du prix du kérosène au niveau micro-économique (en raisonnant sur le billet d'avion d'un vol donné).**

En raisonnant sur un billet d'avion pour un vol donné, il est possible de calculer par exemple à partir de quel niveau de prix du carburant le vol n'est plus rentable. Dans le cas d'un vol aller-retour Paris / New York, une augmentation d'environ 32% du prix du kérosène annule tout bénéfice. Noter que ce résultat ne prend pas en compte la réduction d'impôt liée à l'augmentation des charges.

### **C. Choix du support de couverture**

#### **Question 5 : indiquer des méthodes permettant de choisir le meilleur support de couverture. Parmi le pétrole brut, l'essence et le mazout, quel support préconiser ?**

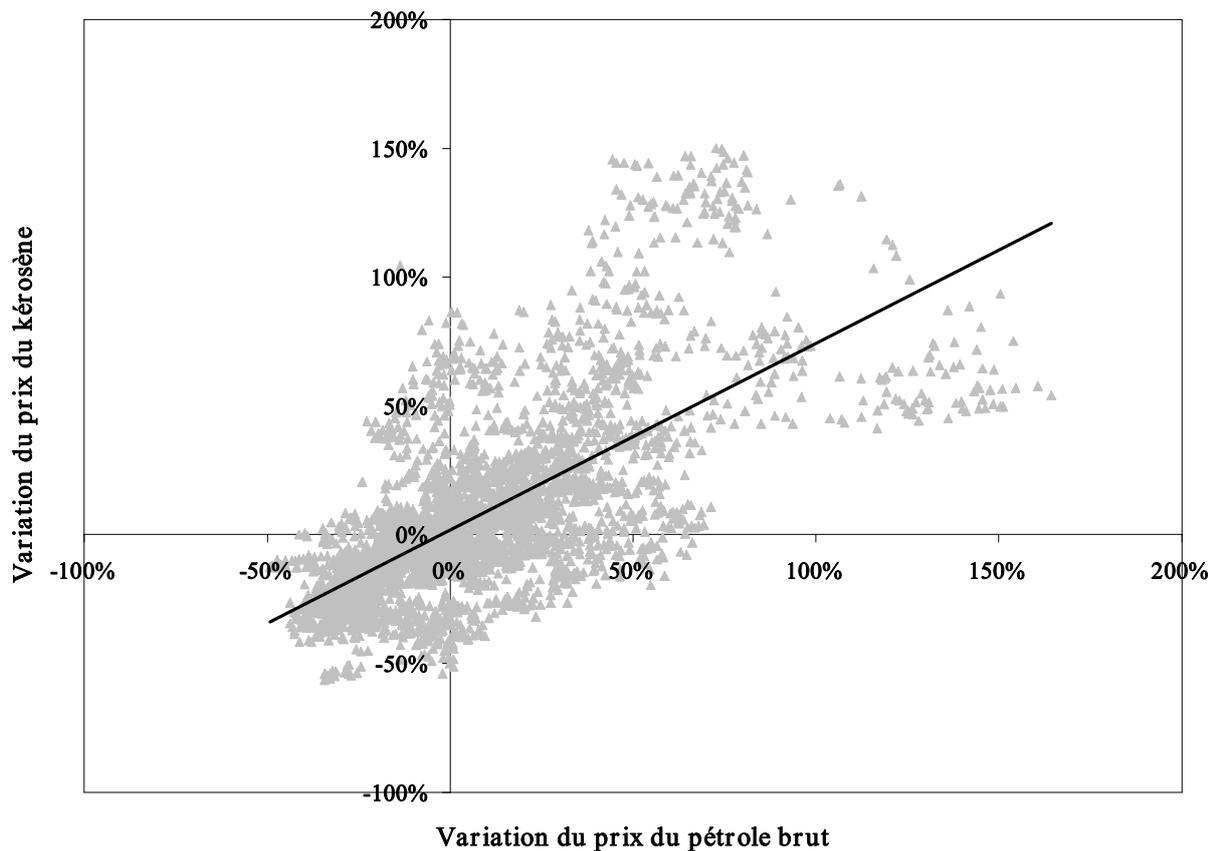
Si le choix est restreint à un seul support, une méthode simple consiste à calculer les corrélations entre la variation du prix à terme de chaque support et celle du prix *spot* du kérosène, puis à retenir le support qui présente la corrélation la plus élevée.

Avec des variations annuelles de prix, en utilisant des observations dépendantes calculées sur des périodes glissantes, on obtient les corrélations suivantes: 0,69 avec le pétrole brut, 0,73 avec l'essence et 0,72 avec le mazout. En utilisant des observations dépendantes calculées sur des périodes disjointes, on obtient les corrélations suivantes: 0,55 avec le pétrole brut, 0,61 avec l'essence et 0,58 avec le mazout. Le fait que la corrélation soit différente de 1 s'explique par la présence de facteurs de risques autres que le prix du pétrole brut comme le coût de raffinage.

Ces calculs montrent que les corrélations ne sont pas très élevées, ce qui implique qu'en pratique, la couverture sera imparfaite. La figure ci-dessous représente la variation du prix du kérosène en fonction de la variation du prix du pétrole brut. La droite de régression est aussi

représentée.

Figure 3 – Variation de prix du kérosène en fonction de la variation prix du pétrole brute



La corrélation apparaît plus élevée avec les dérivés du pétrole (essence et mazout) qu'avec le pétrole brut, sans doute parce que le raffinage est un facteur de risque supplémentaire qui est commun aux trois produits dérivés.

Notons que des considérations autres que la corrélation peuvent inciter à choisir tel ou tel support. C'est par exemple le cas de la liquidité du marché.

**Question 6 : justifier la valeur de sensibilité de 0,65.**

Le coefficient de sensibilité peut être calculé à partir d'une régression linéaire :

$$\tilde{R}_t^k = a + b \cdot \tilde{R}_t^{pb} + \varepsilon_t.$$

où  $\tilde{R}_t^k$  représente la variation annuelle du prix au comptant du kérosène calculée à la date  $t$ ,  $\tilde{R}_t^{pb}$  la variation annuelle du prix à terme du pétrole brut,  $a$  et  $b$  des constantes à estimer (par la méthode des moindres carrés) et  $\varepsilon_t$  un terme d'erreur.

L'estimation statistique montre que le coefficient  $a$  est presque nul et que le coefficient  $b$  est proche de 0,65, ce qui justifie la valeur retenue.

## D. Stratégie de couverture (achats en fin de mois)

**Question 7 : définir précisément la stratégie de couverture à base de contrats à terme (*futures*) permettant d'éliminer le risque de prix sur le coût en carburant. En déduire le coût anticipé pour l'année 2003.**

Compte tenu de l'hypothèse de l'énoncé (corrélation parfaite entre la variation du prix du kérosène et la variation du prix du pétrole brut retenu comme support de couverture), il suffit de couvrir la totalité des achats de kérosène à la fin de chaque mois par des contrats *futures* sur le pétrole brut avec une échéance correspondant à la fin de mois.

Appelons  $Q_m$  la quantité de kérosène exprimée en baril à acheter à la fin du mois  $m$ ,  $\tilde{P}_m^k$  le prix au comptant à la fin du mois  $m$  auquel seront achetés les  $Q_m$  barils de kérosène sur le marché *spot*,  $N_m$  le nombre de contrats *futures* d'échéance le mois  $m-1$  utilisé pour couvrir l'achat contre le risque de prix,  $F_{m,0}^{pb}$  le prix à terme du contrat *future* sur le pétrole brut déterminé fin décembre 2002 (date 0) et  $\tilde{P}_m^{pb}$  le prix au comptant du pétrole brut à l'échéance du contrat *future*.

La dépense en carburant non couverte, notée  $\tilde{D}_m$ , est donné par la relation :

$$\tilde{D}_m = Q_m \cdot \tilde{P}_m^k$$

La dépense en carburant couverte, notée  $\tilde{D}_m^*$ , est donné par la relation :

$$\tilde{D}_m^* = Q_m \cdot \tilde{P}_m^k - N_m \cdot 1000 \cdot (\tilde{P}_m^{pb} - F_{m,0}^{pb})$$

Comme la position non couverte est courte sur le marché au comptant (perdante en cas de hausse du prix du kérosène), il faut la compenser par une position longue sur le marché à terme (gagnante en cas de hausse du cours du cours du pétrole brut). Suite à une augmentation du prix du kérosène, l'augmentation des dépenses en carburant sera compensée par le gain sur le contrat à terme sur le pétrole brut.

Le nombre de contrats *futures*  $N_m$  est tel que le flux couvert  $\tilde{D}_m^*$  ne présente plus d'aléa. Utilisant l'hypothèse sur la corrélation parfaite entre la variation du prix du kérosène et la variation du prix du pétrole brut ainsi que la sensibilité  $S$  entre les deux variables, on obtient :

$$N_m = \frac{Q_m}{1000} \cdot \frac{\Delta \tilde{P}_m^k}{\Delta \tilde{F}_m^{pb}} = \frac{Q_m}{1000} \cdot S \cdot \frac{P_0^k}{F_{m,0}^{pb}}$$

Le tableau suivant donne pour les achats de kérosène à couvrir à chaque fin de mois de l'année 2003, le nombre de contrats *futures* utilisés dans le programme de couverture (partie acheteuse). Le prix est rappelé pour le calcul en fin d'année 2002 de la dépense anticipée pour l'ensemble des achats de l'année 2003.

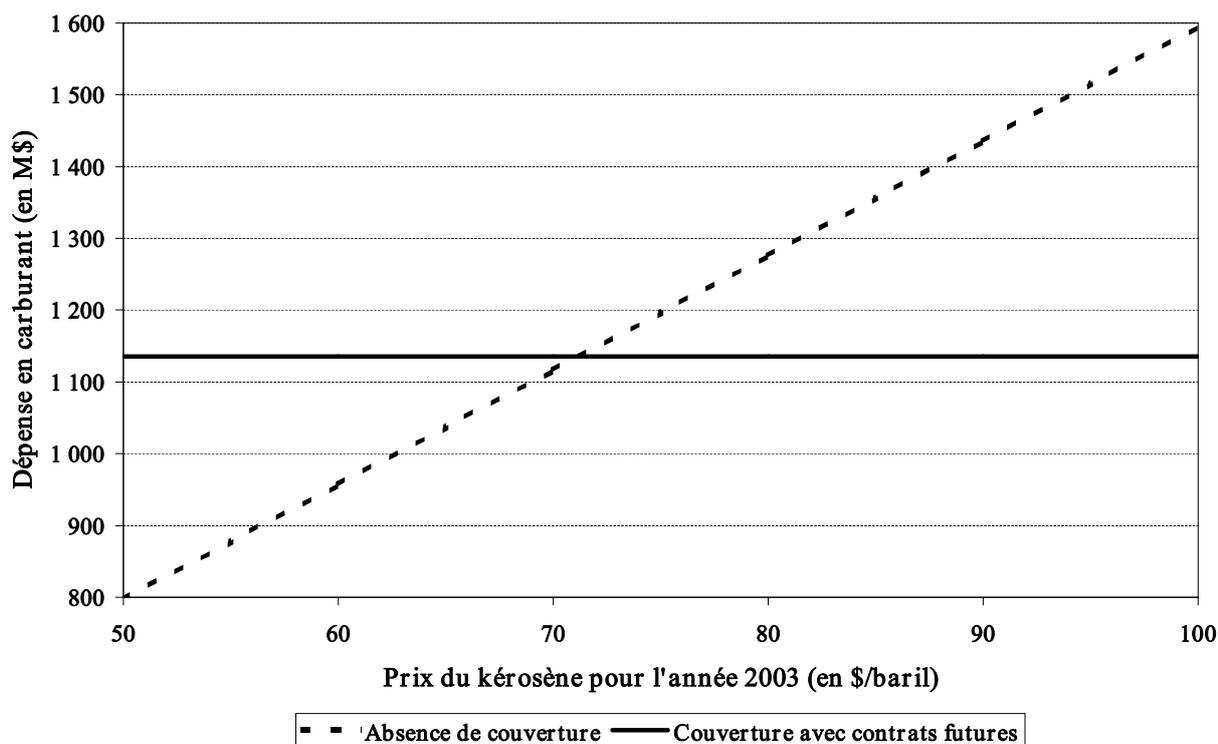
Tableau 1 – Nombre de contrats *futures* pour la couverture (position acheteuse)

Date d'achat de kérosène (fin de mois)	Cours à terme	Nombre de contrats futures
janvier-03	33,40	1 319
février-03	32,95	1 170
mars-03	32,50	1 525
avril-03	31,60	1 568
mai-03	30,70	1 973
juin-03	29,60	2 604
juillet-03	28,90	3 620
août-03	28,65	3 460
septembre-03	28,30	2 529
octobre-03	27,90	1 579
novembre-03	27,55	1 599
décembre-03	27,10	2 032

Le montant anticipé de la dépense en carburant est égal à 1 135 millions d'euros. Ce chiffre est obtenu en sommant les dépenses anticipées sur chaque mois.

Question 8 : représenter graphiquement le coût en carburant en fonction du prix du kérosène sans couverture et avec une couverture à base de contrats *futures*.

Figure 4 – Dépense en carburant sans couverture et avec couverture à base de contrats *futures*



**Question 9 : définir précisément une stratégie de couverture à base de *calls* permettant de limiter le risque de prix sur la dépense en carburant. En déduire le niveau maximum du coût en carburant pour l'année 2003.**

La stratégie définie à partir de contrats à terme permet, dans le cadre des hypothèses de l'énoncé, d'éliminer toute incertitude sur le montant des dépenses en carburant en fixant en fin d'année les prix des différents achats de l'année suivante. L'inconvénient d'une telle stratégie est de priver la compagnie aérienne d'une baisse éventuelle du prix du kérosène sur l'année 2003.

Une stratégie à base de *calls* permet de limiter la perte en cas de hausse du cours du kérosène tout en profitant de la baisse éventuelle du prix du kérosène. En contrepartie de cet avantage, l'option présente un coût (contrairement au contrat à terme), la prime de l'option que l'entreprise doit payer au vendeur de l'option.

En pratique, une stratégie possible est d'acheter des *calls* à la monnaie (le *strike* étant égal au prix à terme). Le flux couvert, noté  $\tilde{D}_m^*$ , est alors donné par la relation :

$$\tilde{D}_m^* = Q_m \cdot \tilde{P}_m^k - N_m \cdot 1000 \cdot \text{Max}(\tilde{P}_m^{pb} - F_{m,0}^{pb}, 0)$$

Pour la couverture d'un mois  $m$  donnée, le coût de cette stratégie est égale au prix du call. Ce prix est obtenu par le modèle de Black (extension du modèle de Black Scholes aux options sur *futures*). Les primes notée  $C_0$  pour un call et  $P_0$  pour un put sont données ci-dessous :

$$C_0 = e^{-rt} \cdot (F_0 \cdot N(d_1) - K \cdot N(d_2))$$

$$P_0 = e^{-rt} \cdot (K \cdot N(d_2) - F_0 \cdot N(d_1))$$

où  $F_0$  représente le cours à terme à la date 0,  $K$  le *strike* de l'option,  $r$  le taux sans risque sur la période,  $t$  la maturité de l'option,  $N$  la fonction de répartition de la loi normale, et  $d_1$  et  $d_2$  deux variables calculées comme suit :

$$d_1 = \ln\left(\frac{F}{K}\right) / \sigma\sqrt{t} + 0,5 \cdot \sigma\sqrt{t}$$

$$d_2 = \ln\left(\frac{F}{K}\right) / \sigma\sqrt{t} - 0,5 \cdot \sigma\sqrt{t}$$

où  $\sigma$  représente la volatilité implicite de l'option.

Le tableau suivant donne pour les achats de kérosène à couvrir à chaque fin de mois de l'année 2003, le nombre de *calls* à acheter dans le programme de couverture ainsi que toutes les informations nécessaires au calcul du prix des *calls* donné dans la dernière colonne : la date d'échéance des *calls* (la date d'évaluation étant le 31 décembre 2002), le cours des contrats *futures*, le *strike* des *calls* (à la monnaie), la volatilité implicite des *calls* observée sur le marché et le taux d'intérêt.

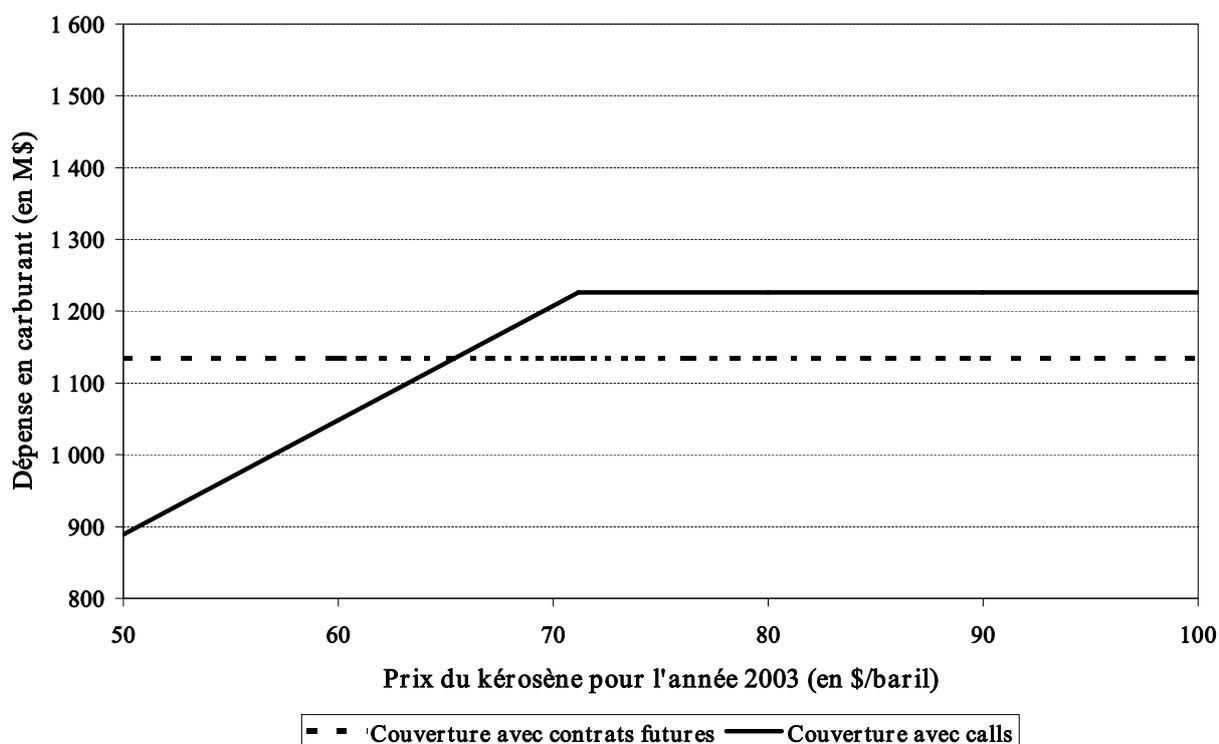
Tableau 2 – Nombre de *calls* à acheter pour la couverture et primes

Date d'achat de kérosène (fin de mois)	Nombre de <i>calls</i>	Date d'échéance des <i>calls</i>	Cours à terme des contrats <i>futures</i>	Strike des <i>calls</i>	Volatilité implicite des <i>calls</i>	Taux d'intérêt	Prime des <i>calls</i>
janvier-03	1 319	15/01/03	33,40	33,40	65,00%	4,50%	2 310
février-03	1 170	14/02/03	32,95	32,95	60,00%	4,55%	3 216
mars-03	1 525	17/03/03	32,50	32,50	54,75%	4,60%	4 880
avril-03	1 568	16/04/03	31,60	31,60	53,35%	4,65%	5 589
mai-03	1 973	15/05/03	30,70	30,70	51,02%	4,70%	7 339
juin-03	2 604	17/06/03	29,60	29,60	47,02%	4,75%	9 557
juillet-03	3 620	17/07/03	28,90	28,90	45,02%	4,80%	13 421
août-03	3 460	15/08/03	28,65	28,65	44,45%	4,85%	13 379
septembre-03	2 529	17/09/03	28,30	28,30	44,12%	4,90%	10 211
octobre-03	1 579	16/10/03	27,90	27,90	43,50%	4,95%	6 500
novembre-03	1 599	17/11/03	27,55	27,55	41,36%	5,00%	6 483
décembre-03	2 032	16/12/03	27,10	27,10	39,63%	5,05%	8 071

Le coût total de la couverture s'élève à 90 544 milliers d'euros. Ce chiffre est obtenu en multipliant le nombre d'options par le montant de la prime pour chaque échéance.

Question 10 : représenter graphiquement le coût en carburant en fonction du prix du pétrole brut pour la couverture à base de *calls*.

Figure 5 – Dépense en carburant avec couverture à base de *calls*



**Question 11 : définir précisément une stratégie de couverture à base de *calls* et de *puts* présentant un coût initial nul pour la compagnie aérienne (stratégie appelée *zero cost collar*). On s'interrogera en particulier sur la valeur relative des strikes du call et du put (pour un mois donné) et on supposera que le coût de chaque couverture mensuelle est nul.**

La stratégie précédente à base de *calls* présente l'inconvénient d'être coûteuse pour le trésorier. Une façon d'éliminer ce problème est de considérer un *collar* qui associe la vente d'un *put* à l'achat d'un *call*.

Les caractéristiques du *put*, en général son prix d'exercice, sont choisies de telles que la prime du *put* soit exactement égale à la prime du *call* et donc que la valeur du *collar* soit nulle.

Le flux couvert, noté  $\tilde{D}_m^*$ , est alors donné par la relation :

$$\tilde{D}_m^* = -Q_m \cdot \tilde{P}_m^k + N_m \cdot 1000 \cdot \text{Max}(\tilde{P}_m^{pb} - K_c, 0) - N_m \cdot 1000 \cdot \text{Max}(K_p - \tilde{P}_m^{pb}, 0)$$

Le *call* permet de neutraliser l'effet d'une hausse du prix du carburant (au-dessus du *strike* du *call*  $K_c$ ) sur la dépense en carburant alors que le *put* permet de neutraliser l'effet d'une baisse (en-dessous du *strike* du *put*  $K_p$ ). Sur les intervalles  $[0, K_p]$  et  $[K_c, +\infty]$  (si  $K_p < K_c$ ) ou les intervalles  $[0, K_c]$  et  $[K_p, +\infty]$  (si  $K_c < K_p$ ), la compagnie aérienne est immunisée contre la variation du prix du kérosène. La dépense en carburant est alors constante sur ces deux intervalles. Si  $K_p < K_c$ , alors le coût en carburant est plus faible sur l'intervalle  $[0, K_p]$  que sur l'intervalle  $[K_c, +\infty]$ , ce qui est plus conforme aux attentes du trésorier. En effet, on s'attend à ce que le coût augmente avec le prix du kérosène. Sur l'intervalle  $[K_p, K_c]$  ou l'intervalle  $[K_c, K_p]$  selon la valeur respective des deux *strikes*, la compagnie aérienne subit encore la variation du prix du kérosène (fonction linéaire croissante ou décroissante).

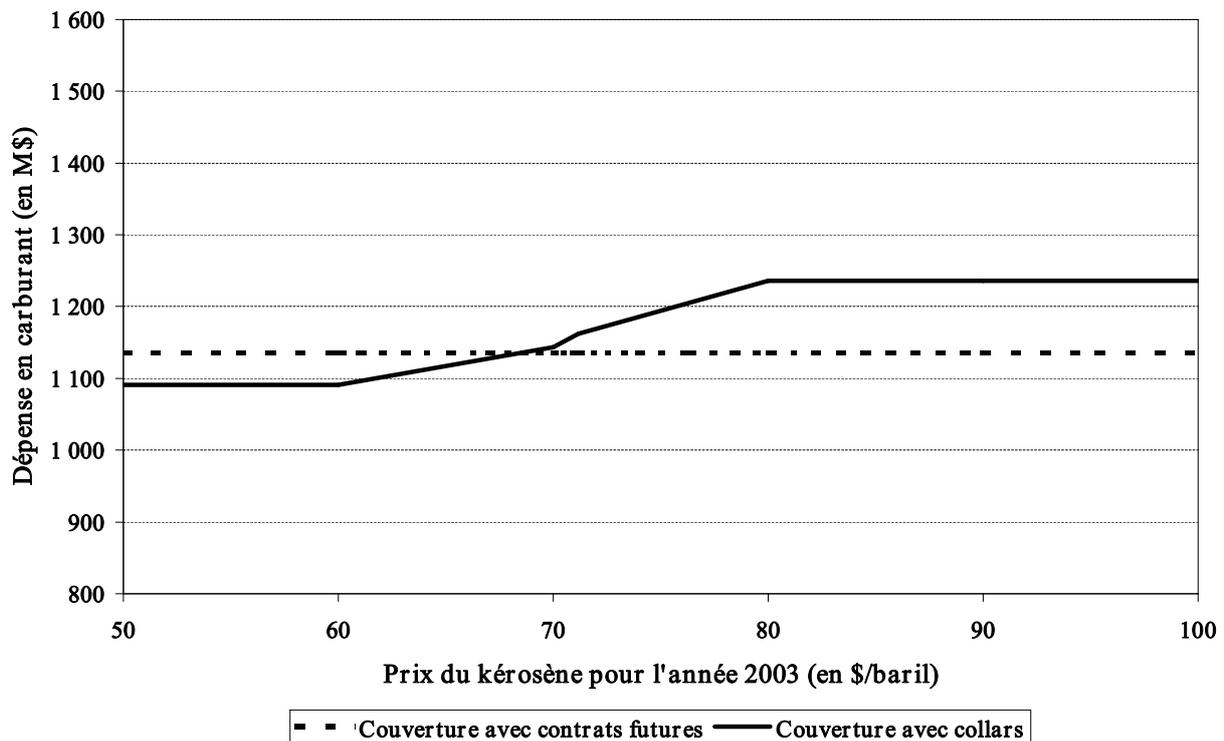
Pour une échéance donnée, l'intervalle  $[K_p, K_c]$  peut être centré autour du cours à terme. Prenons par exemple, un niveau de *strike* pour le *call* supérieur de 10% au niveau du cours à terme (le *call* est alors en dehors de la monnaie). Le niveau du *strike* du *put* est calculé de telle façon que le prix du *put* soit égal au prix du *call* (par relation de parité entre *call* et *put*, le *put* sera lui aussi en dehors de la monnaie).

**Tableau 3 – Couverture avec des *collars* et *strike* des *puts***

Date d'achat de kérosène (fin de mois)	Nombre de calls à acheter et de puts à vendre	Strike des calls	Prime des calls	Strike des puts	Prime des puts
janvier-03	1 319	36,74	833	30,53	833
février-03	1 170	36,25	1 798	30,16	1 798
mars-03	1 525	35,75	3 035	29,71	3 035
avril-03	1 568	34,76	3 740	28,85	3 740
mai-03	1 973	33,77	5 087	27,96	5 087
juin-03	2 604	32,56	6 705	26,86	6 705
juillet-03	3 620	31,79	9 568	26,14	9 568
août-03	3 460	31,52	9 750	25,84	9 750
septembre-03	2 529	31,13	7 610	25,44	7 610
octobre-03	1 579	30,69	4 910	25,00	4 910
novembre-03	1 599	30,31	4 901	24,58	4 901
décembre-03	2 032	29,81	6 102	24,08	6 102

Question 12 : représenter graphiquement le coût du carburant en fonction du prix du pétrole pour la couverture à base de combinaison d'options.

Figure 6 – Dépense en carburant avec couverture à base de *collars*



#### E. Stratégie de couverture (achat en cours de mois)

Question 13 : en supposant à présent que la compagnie aérienne achète le carburant au cours du mois (et non en fin de mois comme précédemment), identifier les risques des stratégies précédentes.

Dans toutes les stratégies précédentes, les achats étaient supposés se faire à la fin de chaque mois alors qu'en pratique les achats se font tout au long du mois. Ce type de stratégie présente un risque de prix dans le cas de forte différence entre le prix en fin de mois et la moyenne des prix auxquels est acheté le kérosène au cours du mois.

L'examen de la base de données de prix du kérosène montre qu'il n'est pas rare que l'écart entre la moyenne des prix au cours du mois et le prix en fin de mois soit supérieur à 5%.

Question 14 : suite à la proposition de la banque d'investissement, que conseiller à la compagnie aérienne ?

La proposition de la banque d'investissement semble particulièrement adaptée aux besoins de la compagnie aérienne en termes de couverture des achats en continu de kérosène. Cependant l'inconvénient d'un tel produit peut être sa relative faible liquidité. La liquidité est particulièrement importante si l'entreprise veut retourner sa position (en cas de retournement de conjoncture par exemple). Une autre conséquence du manque de liquidité est la difficulté d'estimer son prix et donc de payer le produit un peu trop cher...