Correction de l'exercice du quiz final du cours Gestion financière (2016-2017 T3) : « Patakès – Invitation au voyage »

Question 1 : le Métaphraste me demande de déterminer les prévisions d'encaissements, de décaissements, de flux de trésorerie et de besoin de financement à court terme ainsi que sa couverture pour les mois d'avril, mai et juin.

	Avril	Mai	Juin
Encaissements :			
Sur ventes passées			
En Italie	150 000		
Chez les Rus	12 500		
A Byzance	175 000	175 000	
Sur ventes futures :			
En Italie		150 000	150 000
Chez les Rus	12 500	25 000	25 000
A Byzance			175 000
Total des encaissements	350 000	350 000	350 000
Décaissements	250 000	250 000	250 000
Flux de trésorerie	+100 000	+100 000	+100 000
Besoin de financement à court terme	-1 100 000	-1 200 000	-1 300 000
Compte bancaire :			
Débiteur (découvert)			
Créditeur (excédents)	1 100 000	1 200 000	1 300 000

Dans le plan de trésorerie ci-dessus, les « encaissements » proviennent de la remise des caisses des capitaines des bateaux à Byzance et du règlement des clients byzantins, la trésorerie se limitant au compte bancaire (créditeur ou débiteur).

La répartition des encaissements selon la date des ventes (ventes passées / ventes futures) s'obtient à partir de l'analyse des voyages des bateaux (date de départ de Byzance, durée du voyage aller, arrivée à destination et vente, durée du voyage retour, date d'arrivée à Byzance et encaissement de la vente).

Le besoin de financement à court terme initial (fin mars) est égal à -1 000 000 solidi. Il est calculé comme la différence entre les dettes à court terme bancaires (inexistantes) et le disponible excédentaire (1 000 000 solidi). Comme le besoin de financement est négatif, il ne correspond pas à un réel besoin de financement mais au contraire à des fonds à placer.

Pour être plus réaliste, dans le plan de trésorerie, on peut prendre en compte les intérêts perçus sur le placement des excédents (au niveau des encaissements).

Comme les flux de trésorerie (encaissements et décaissements liés aux produits et charges d'exploitation) sont répartis uniformément sur le mois, l'évolution du compte bancaire est linéaire sur le mois (sauf au moment du versement des intérêts le premier jour du mois). L'encours moyen du compte bancaire est donc égal à la moyenne de l'encours du compte bancaire en début de mois (encours à la fin du mois précédent augmenté des intérêts crédités au début du mois) et de l'encours en fin de mois.

Intérêts perçus sur les excédents du mois d'avril crédités début mai :

$$(1\,000\,000 + 9\,500 + 1\,109\,500) / 2 \cdot 0.01 = 10\,595 \text{ solidi}$$

Intérêts perçus sur les excédents du mois de mai crédités début juin :

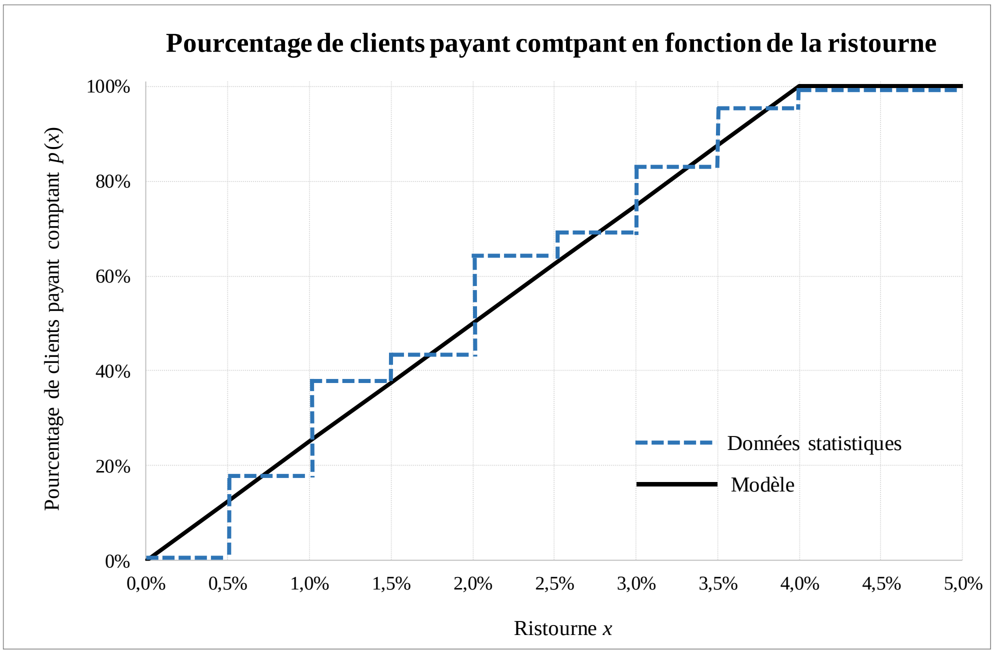
$$(1\,109\,500 + 10\,595 + 1\,220\,095) / 2 \cdot 0.01 = 11\,701 \text{ solidi}$$

	Avril	Mai	Juin
Encaissements :			
Sur ventes passées			
En Italie	150 000		
Chez les Rus	12 500		
A Byzance	175 000	175 000	
Sur ventes futures :			
En Italie		150 000	150 000
Chez les Rus	12 500	25 000	25 000
A Byzance			175 000
Intérêts perçus	9 500	10 595	11 701
Total des encaissements	359 500	360 595	361 701
Décaissements	250 000	250 000	250 000
Flux de trésorerie	+109 500	+110 595	+111 701
Besoin de financement à court terme	-1 109 500	-1 109 500	-1 331 796
Compte bancaire :			
Débiteur (découvert)			
Créditeur (excédents)	1 109 500	1 109 500	1 331 796

La signification et la traduction en français des sigles Capex, Opex, P&L, Ebitda, ROE, ROI, DCF, NPV, IRR et WACC, peuvent être trouvées sur le site dédié au cours Gestion financière (séance 1).

Question 2.1 : le CNJP envisage de proposer aux clients byzantins qui payent actuellement à deux mois une ristourne de *x* % pour paiement comptant.

J'ai réalisé un sondage auprès de clients du CNJP afin de modéliser leur comportement suite à un changement de la politique en matière de crédits clients. Le résultat de mon étude statistique est donné ci-dessous.



A partir des données statistiques recueillies, j'ai estimé un modèle pour estimer la proportion *p* de clients qui accepteraient de payer comptant en fonction de la ristourne *x* :

$$\boldsymbol{p(x) = Min[1; 25x].}$$

Une ristourne de 0 % (*x* = 0) implique *p* = 0 (aucun client). Une ristourne de 2 % (*x* = 0,02) implique *p* = 0,5 (50 % des clients) et une ristourne supérieure à 4 % (*x* > 0,04) implique *p* = 1 (100 % des clients).

Johanes Patakès me demande quel est le taux de ristourne *x* que le CNJP doit proposer à ses clients pour maximiser son profit (je me rappelle que le CNJP prête ses excédents de trésorerie au taux de 1 % par mois).

Je commence par montrer qu'une formule approchée [1] pour le différentiel de gain Δ*G* (*avec* et *sans* mise en place d'une politique de ristourne) est donnée par :

$$\boldsymbol{\Delta G(x) = p(x) \cdot M \cdot (d \cdot i - x)}$$

où *p*(*x*) est la proportion de clients acceptant de payer comptant moyennant une ristourne *x*, *M* le montant des ventes à Byzance d'un mois donné (*M* = 175 000 solidi), *d* la durée du crédit

---

[1] Pour des petites valeurs de *i*, on pourra utiliser l'approximation suivante : $(1 + i)^d \approx 1 + d \cdot i$.

clients initialement proposé aux clients (*d* = 2 mois) et *i* le taux mensuel de placement des excédents (*i* = 1%). On précisera la date d'évaluation qui a été choisie pour la définition du différentiel de gain ΔG.

Je continue par étudier la fonction ΔG et finis par trouver la valeur optimale de *x* et le différentiel de gain associé.

Pour une ristourne pour paiement comptant de *x* %, il y a une proportion de clients *p*(*x*) qui accepte de payer comptant (le CNJP encaisse alors *p*(*x*)·*M*·(1-*x*) au moment de la vente) et une proportion 1-*p*(*x*) qui n'accepte pas (le CNJP encaisse alors (1-*p*(*x*))·*M* avec un délai de deux mois comme avant).

Comme les flux financiers d'encaissement sont à des dates différentes, il faut choisir une date commune pour évaluer le différentiel de gain entre les deux solutions. Evaluons le différentiel de gain au bout de deux mois :

$$\Delta G(x) = p(x) \cdot M \cdot (1-x)(1+i)^d + (1-p(x)) \cdot M - M$$

$$\Delta G(x) = p(x) \cdot M \cdot \left((1-x)(1+i)^d - 1\right)$$

Comme les valeurs de *x* et *i* sont petites, une formule approchée de $(1-x)(1+i)^d$ est $1 - x + d \cdot i$. On obtient alors la formule approchée suivante pour le différentiel de gain Δ*G* :

$$\Delta G(x) \approx p(x) \cdot M \cdot (d \cdot i - x)$$

Intuitivement, on retrouve bien l'idée que le gain d'intérêts sur le placement des excédents *d*·*i* doit être supérieur à la ristourne *x*.

Soit numériquement :

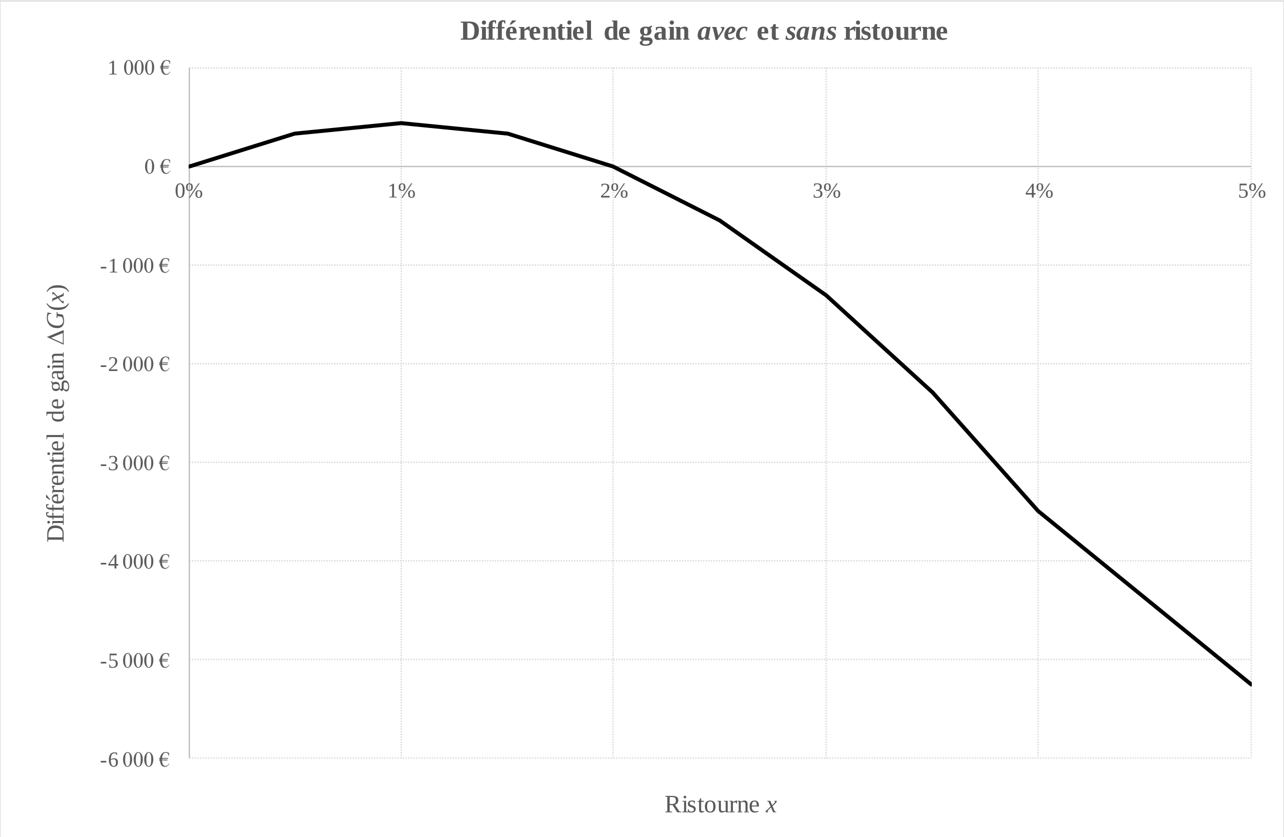
$$\Delta G(x) = min(1; 25x) \cdot 175\ 000 \cdot \frac{(2-x)}{100}$$

On remarque que : $\boldsymbol{\Delta G(0)} = 0$, $\boldsymbol{\Delta G(2)} = 0$ et $\boldsymbol{\Delta G(x)}$ <0 pour *x* > 2 la ristourne accordée étant alors trop importante par rapport aux intérêts financiers gagnés. Sur l'intervalle [0, 2], la fonction *f*(*x*) = *x*·(2-*x*) atteint son maximum pour *x* = 1.

Pour une ristourne de 1%, le différentiel de gain est égal à :

$$\Delta G(1) = min(1; 0{,}25) \cdot 175\ 000 \cdot \frac{(2-1)}{100} = 437\ solidi$$

La figure ci-dessous donne le différentiel de gain *avec* et *sans* ristourne $\Delta G(x)$ en fonction du niveau de la ristourne *x*.



Comme je touche 1% de l'économie, mon gain mensuel est bien de 4,37 solidi.

Question 2.2 : Johanes Patakès envisage d'accroître la taille de sa flotte avec des bateaux plus modernes mais ne sait quelle direction privilégier.

Pour étudier cette décision d'investissement, on commence par calculer les flux de trésorerie générés par chaque bateau.[2]

Pour un bateau de la direction I :

Pour le flux initial :

$$ACQ_0 = 20\ 000$$

Le BFR correspond aux créances clients, les stocks étant financés par les fournisseurs qui accordent un crédit d'une durée égale à la durée du voyage.

$$\Delta BFR_0 = 2 \cdot 1\ 500 = 3\ 000$$

---

[2] Un esprit ouvert pourra considérer des solutions plus approximatives.

D'où F_0 = -20 000 - 3 000 = -23 000

Pour les flux intermédiaires :

EBE_t = 6·(3 000 + 1 500 – 2·300)·0,75 – C

D'où F_t = 17 550 - C

Sur une année, un bateau dans la direction I peut effectuer 6 aller-retours (chaque aller-retour en mer durant 2 mois) mais il faut tenir compte des temps à quai pour chargement, déchargement et réparation (25% du temps puisqu'en moyenne 50 bateaux sur 200 sont dans ce cas).

A chaque voyage, les ventes sont de 3 000 solidi en Italie et de 1 500 solidi à Byzance, le coût de la cargaison est de 300 (à l'aller comme au retour). Les autres coûts (non donnés) sont notés C.

Pour un bateau de la direction R :

Pour le flux initial :

ACQ_0 = 15 000

Le BFR correspond aux créances clients, les stocks étant financés par les fournisseurs qui accordent un crédit d'une durée égale à la durée du voyage.

ΔBFR_0 = 2·2 000 = 4 000

D'où F_0 = -15 000 - 4 000 = -19 000

Pour les flux intermédiaires :

EBE_t = 12·(500 + 2 000 – 2·300)·0,75 – C

D'où F_t = 17 100 - C

Sur une année, un bateau dans la direction R peut effectuer 12 aller-retours (chaque aller-retour en mer durant 1 mois) mais il faut tenir compte des temps à quai pour chargement, déchargement et réparation (25% du temps puisqu'en moyenne 50 bateaux sur 200 sont dans ce cas).

A chaque voyage, les ventes sont de 500 solidi à Kiev et de 2 000 solidi à Byzance, le coût de la cargaison est de 300 (à l'aller comme au retour). Les autres coûts (non donnés) sont notés C.

Calcul de la VNP

On peut ensuite considérer un projet différence « I-R » (il est possible de construire un tel projet fictif car les deux projets présentent le même risque et ont donc la même valeur pour le taux d'actualisation. Cette approche permet d'éliminer le coût C dont on ne connait pas la valeur.

Les flux du projet différence sont calculés comme la différence des flux des deux projets ($F = F^I – F^R$) :

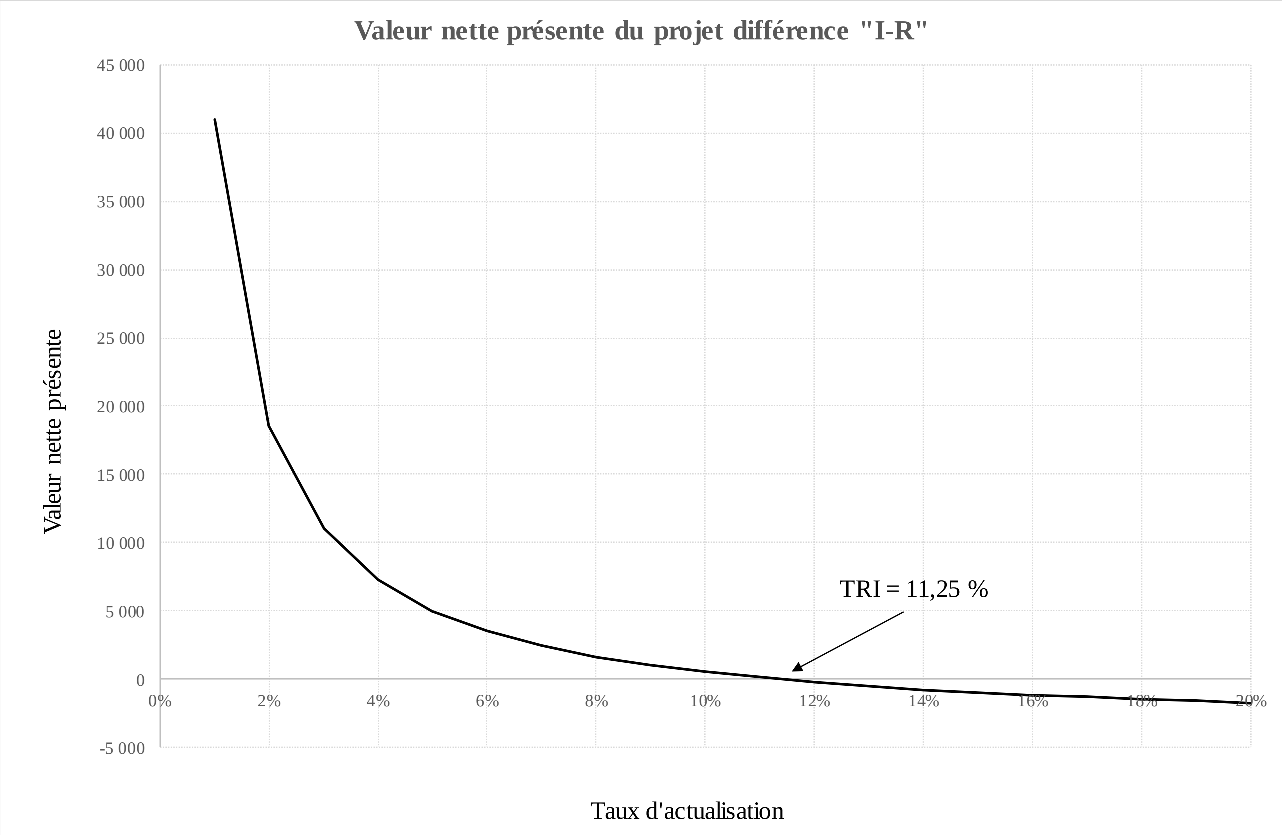
F_0 = (-23 000) – (-19 000) = -4 000

$F_t = (17\ 550 - C) - (17\ 100 - C) = +450$

La valeur nette présente du projet différence « I-R » (formule approché en considérant un flux infini : « 20 ans est une éternité à cette époque reculée ») est donc égale à :

$$VNP = -4\ 000 + \frac{450}{r}$$

Pour une valeur du taux d'actualisation inférieure à 11,25 % (égal à 450/4000), la VNP est positive et le projet I est donc à privilégier. Inversement, pour une valeur du taux d'actualisation supérieure à 11,25 %, la VNP est négative et le projet R est à privilégier.



Même s'il ne faut sans doute pas faire un « pataquès » de la perte du précieux manuscrit détaillant le calcul du coût, des siècles après la brillante présentation de Nicéphore Aérophagyte, le débat mérite d'être rouvert : en effet, ce n'est pas parce que la VNP du projet différence est positive ou négative qu'il faut choisir l'un ou l'autre des projets ; encore faut-il s'assurer que la VNP du projet choisi est aussi positive…

Question 3 : au-dessus de quelle valeur critique de *z* le CNJP a-t-il intérêt à accepter la proposition de la banque vénitienne ?

Le différentiel de gain est défini comme la différence entre le flux de trésorerie si le CNJP retient la proposition de la banque vénitienne (*V* qu'il y ait une attaque ou pas) et le flux de trésorerie si elle ne retient pas la solution de la banque vénitienne (0 en cas d'attaque avec une probabilité *z* et *V* avec une probabilité 1-*z*).

Les flux financiers sont à des dates différentes : on reçoit *V* dans 2 mois ou on reçoit *V* aujourd'hui (aujourd'hui étant la date d'arrivée du bateau à Byzance). Comme les flux financiers sont à des dates différentes (aujourd'hui et dans deux mois), il faut choisir une date commune pour évaluer le différentiel de gain entre les deux solutions (les excédents de trésorerie pouvant être placés). Evaluons le différentiel de gain au bout de 2 mois :

$$\Delta G(z) = \mathrm{V} - (z \cdot 0 + (1 - z) \cdot V \cdot (1 + i)^d)$$

$$\Delta G(z) = \mathrm{V} \cdot (1 - (1 - z) \cdot (1 + i)^d)$$

où *V* le montant en caisse (*V* = 3 000 solidi), *i* le taux mensuel de placement des excédents (*i* = 1%) et *d* la durée qui représente la différence de dates des flux des deux solutions (*d* = 2 mois).

Comme les valeurs de *z* et *i* sont petites, une formule approchée de $(1 - \mathrm{z})(1 + i)^d$ est $1 - z + d \cdot i$. On obtient alors la formule approchée suivante :

$$\Delta G(z) \approx \mathrm{V} \cdot (z - d \cdot i)$$

Le CNJP a intérêt à accepter la proposition de la banque vénitienne si $z > d \cdot i$.

Soit numériquement :

$$\Delta G(z) \approx 3\,000 \cdot (z - 0{,}02)$$

Le CNJP a intérêt à accepter la proposition de la banque vénitienne si *z* > 2%.

Pour une probabilité d'attaque *z* égale à 5%, mon avis est que le CNJP doit accepter la proposition de la banque vénitienne.

Le risque est l'incertitude sur la valeur future d'une variable. Dans le cas présent, le risque porte sur le fait qu'un bateau se fasse attaquer (avec une probabilité *z*) ou ne se fasse pas attaquer (avec une probabilité de 1-*z*). Il s'agit d'un risque de type opérationnel.

Question bonus

Pour les vacances, on pourra s'intéresser aux lectures suivantes :

- Mickaël Eniss (1991) « *Byzance* » Presses de la Cité.
- Auguste Bailly (1991) « *Byzance* » Arthème Fayard.

