

**Exercice 4 du quiz intermédiaire du cours Gestion financière (2013-2014 T2) :
« Warren Buffett Offers \$1 Billion For Perfect March Madness Bracket »
(5 points)**



« Warren Buffett Offers \$1 Billion For Perfect March Madness Bracket. » Telle est l'offre de Warren Buffett, le plus célèbre gérant de portefeuille de la planète avec la performance de son fonds d'investissement Berkshire Hathaway. Si vous prédisiez le vainqueur de chacun des 63 matchs de basketball du tournoi des collèges américains en mars 2014, Warren Buffet s'engage à vous donner, soit 500 M\$ aujourd'hui, soit 25 M\$ pendant 40 ans.

Cet exercice s'intéresse au choix que devra faire le gagnant éventuel : accepter une grosse somme d'argent dès maintenant ou recevoir des sommes d'argent plus petites étalées dans le temps. D'un point de vue financier, ce choix renvoie à l'analyse d'une rente à coupon constant.

A) Evaluation d'une rente à coupon constant

Question 1 : calculer la valeur d'une rente versant un coupon constant C à la fin de chaque période pendant T années sachant que le taux d'actualisation est égal à r . En déduire que la valeur d'une rente perpétuelle (qui correspond au cas particulier $T = +\infty$) est égale à C/r .

Question 2 : montrer que la valeur d'une rente à coupon constant C actualisée avec un taux r peut être approchée par la valeur d'une rente perpétuelle en commettant une erreur relative inférieure à $x\%$ pour des durées supérieures à :

$$\frac{\ln \frac{x}{1+x}}{\ln \frac{1}{1+r}}$$

Quelle est la durée minimale d'une rente avec un coupon annuel constant de 25 M\$ et un taux d'actualisation de 5% pour pouvoir utiliser la valeur d'une rente perpétuelle de même caractéristiques au lieu de la valeur exacte de la rente avec une erreur relative inférieure à 10% ?

Quelle est l'erreur relative commise en remplaçant la valeur d'une rente avec un coupon annuel constant de 25 M\$, une durée de 40 ans et un taux d'actualisation de 5% par la valeur de la rente perpétuelle de même caractéristiques ?

B) Choix pour le gagnant

Question 3 : pour un taux d'actualisation de 5%, déterminer s'il est préférable pour le gagnant de toucher 500 M\$ aujourd'hui ou de toucher 25 M\$ pendant 40 ans.

Rappels mathématiques

La somme d'une série géométrique $(1 + q + q^2 + \dots + q^{T-1})$ est égale à la quantité $\frac{1 - q^T}{1 - q}$.

Règle de calcul avec le logarithme népérien (\ln) : $\ln a^b = b \cdot \ln a$ (a étant un nombre strictement positif).