

## Exercice du cours Gestion financière : « Gestion optimale du stock de liquidités »

Cet exercice a pour objet de présenter un modèle de gestion des flux de liquidités (cash management). Une présentation détaillée du problème peut être trouvée dans l'article scientifique suivant:

William J. Baumol (1952) "The Transactions Demand for Cash: An Inventory Theoretic Approach," *Quarterly Journal of Economics*, 66, 545-556.

Le groupe MAILSALE est spécialisé dans la production d'articles de sport. La gestion des articles retournés par les distributeurs (produits défectueux par exemple) est confiée à une filiale du groupe. Le trésorier de cette filiale réfléchit aux aspects financiers de sa gestion.

Le montant des remboursements des articles sur le mois est d'environ 300 000 €. Les décaissements sur le compte courant sont répartis uniformément sur le mois (on supposera pour simplifier qu'un mois comporte 30 jours et que tous les jours sont ouverts). La filiale dispose de liquidités importantes placées sur un compte titres (Sicav de trésorerie pour environ 400 000 € en début de mois). Le taux d'intérêt de ce placement est égal à 0,5% (taux mensuel). Les intérêts sont calculés en mode simple. En début de mois, le compte courant est à zéro.

Les remboursements sont effectués par chèque émis à partir d'un compte courant. La banque ne donne pas l'autorisation au trésorier d'avoir son compte courant en découvert. Afin d'alimenter régulièrement ce compte, le trésorier doit donc effectuer des virements du compte titres vers le compte courant. Pour cela, il demande à sa banque de vendre des titres d'un certain montant. On suppose que l'ordre de vente est traité immédiatement par la banque et que le trésorier dispose des fonds le jour même (le délai d'obtention des fonds est donc nul). Chaque virement représente un coût administratif qui correspond principalement au temps passé par le trésorier. Ce coût administratif est évalué à 30 € par virement (le salaire du trésorier est débité sur un autre compte).

Les paramètres de la gestion des liquidités sont notés :

Montant des remboursements sur le mois :  $R$

Coût administratif d'un virement :  $a$

Taux d'intérêt du placement des liquidités sur le compte de titres :  $T_p$  (taux mensuel)

Délai d'obtention des fonds :  $D$

Nombre de jours dans le mois :  $J$

Les variables caractérisant la gestion des liquidités sont notées:

Montant des titres à vendre à chaque virement :  $M$

Nombre (éventuellement fractionnaire) de virements par mois :  $n$

Dates de transmission des ordres de virement :  $(t_i)_{i=1,n}$

Niveau moyen du compte courant sur le mois :  $\langle N \rangle$

Coût total moyen de la gestion des liquidités sur le mois :  $\langle C \rangle$

Le trésorier souhaite déterminer la gestion optimale de ses liquidités correspondant au coût minimal.

On rappelle la propriété mathématique suivante :

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k \cdot (k + 1)}{2}$$

**Pour toutes les questions de l'exercice, on donnera une réponse formelle et une réponse numérique.**

**Question 1 :** déterminer les caractéristiques de la gestion optimale des liquidités dans le cas particulier (considéré uniquement dans cette question) où le coût administratif peut être négligé. Représenter graphiquement l'évolution du compte titres et du compte courant sur le mois. Calculer la perte d'intérêts de placement sur le mois due aux virements sur le compte courant.

**Question 2 :** représenter graphiquement l'évolution du compte titres et du compte courant sur le mois dans le cas où le trésorier effectue 5 virements de 60 000 € dans le mois (à intervalle de temps régulier).

**Question 3 :** déterminer le coût total de la gestion des liquidités sur le mois en fonction du montant des titres à vendre à chaque virement et des paramètres de la gestion. Montrer que ce coût peut s'exprimer sous la forme :

$$\langle C \rangle = \alpha + \beta \cdot M + \frac{\gamma}{M},$$

où  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  sont trois constantes que l'on identifiera.

Représenter graphiquement l'allure du coût total de la gestion des liquidités sur le mois ainsi que ses différentes composantes en fonction du montant des titres à vendre à chaque virement.

**Question 4 :** calculer le montant optimal  $M^*$  des titres à vendre à chaque virement. En déduire le nombre optimal  $n^*$  de virements sur le mois ainsi que les autres caractéristiques de la gestion des liquidités (dates des virements dans le mois, niveau moyen du compte courant sur le mois et coût total de la gestion des liquidités sur le mois).

**Question 5 :** étudier l'impact d'une augmentation du taux d'intérêt du placement sur le montant optimal des titres à vendre à chaque virement et sur le nombre optimal de virements sur le mois. Etudier de même l'impact d'une augmentation du coût administratif d'un virement.