

Correction de l'exercice du cours Gestion financière : « Valeur et taux de rentabilité interne d'une rente perpétuelle à coupon constant »

Question 1 : calculer la valeur d'une rente perpétuelle, notée V_0 , versant un coupon constant C à la fin de chaque période sachant que le taux d'actualisation est égal à r .

La valeur d'une rente perpétuelle à coupon constant est obtenue comme la limite de la valeur d'une rente de maturité finie T quand la maturité tend vers l'infini.

Commençons par calculer la valeur d'une rente à coupon constant de maturité finie. La valeur d'une rente à maturité finie est égale à la valeur présente des flux futurs de la rente :

$$V_0 = VP((F_t)_{t=1,T}, r)$$

$$V_0 = \sum_{t=1}^T \frac{C}{(1+r)^t}$$

$$V_0 = \frac{C}{1+r} \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+r)^{t-1}}$$

$$V_0 = \frac{C}{1+r} \sum_{t=0}^{T-1} \frac{1}{(1+r)^t}$$

$$V_0 = \frac{C}{1+r} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^T}{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)}$$

$$V_0 = \frac{C}{r} \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^T\right)$$

En faisant tendre T vers l'infini dans la formule ci-dessus, on obtient la valeur d'une rente perpétuelle à coupon constant :

$$V_0 = \frac{C}{r}$$

Question 2 : vérifier que le taux de rentabilité interne d'une rente perpétuelle de valeur V et de coupon constant C est égal à C/V .

Rappelons que le taux de rentabilité interne (TRI) correspond au taux d'actualisation qui annule la séquence de flux de l'investissement :

$$\sum_{t=0}^T \frac{F_t}{(1 + TRI)^t} = 0$$

Dans le cas d'une rente perpétuelle à coupon constant, la séquence de flux de l'investissement est égale à $(-V, +C, +C, \dots)$.

$$-V + \sum_{t=0}^T \frac{C}{(1 + TRI)^t} = 0$$

$$-V + \frac{C}{TRI} = 0$$

$$TRI = \frac{C}{V}$$

Question 3 : calculer le taux de rentabilité interne d'une rente perpétuelle à coupon constant dont la valeur du coupon a été calculée initialement à partir d'un taux d'intérêt nominal de 12% et d'une valeur nominale de la rente de 10 000 € et dont la valeur de la rente aujourd'hui est de 12 000 €. En déduire l'évolution du taux d'intérêt à long terme entre la date d'émission de la rente et aujourd'hui.

La valeur du coupon est égale 1 200 € ($=0,12 \times 10\,000$ €). Le taux de rentabilité interne de la rente est égal à 10% ($=1\,200/12\,000$).

Depuis la date d'émission de la rente, le niveau du taux d'intérêt à long terme a donc baissé de 12% à 10%.