## Correction de l'exercice du cours Gestion financière : « Détermination du coût du capital pour un investissement perpétuel »

**Question 1 : rappeler la formule exprimant le coût du capital $r(e)$ en fonction du taux d'intérêt de la dette $i$, du taux de rémunération minimum des fonds propres $k(e)$, du taux d'imposition $\tau$ et du ratio d'endettement $e$.**

Le coût du capital correspond à la moyenne pondérée du taux de la dette demandé par les créanciers nette de l'économie d'impôt et du taux de rémunération des fonds propres minimal exigé par les actionnaires. Les pondérations de ces deux taux correspondent aux poids respectifs de la dette et des fonds propres dans le financement du projet qui peuvent s'exprimer à l'aide du ratio d'endettement. La formule du coût du capital est donnée par :

$$r(e) = e \cdot (1-\tau) \cdot i + (1-e) \cdot k(e).$$

**Question 2 : déterminer la valeur financière de l'investissement notée $V_f(I)$ dans le cas où la structure de financement comprend à la fois des fonds propres et de la dette. On exprimera cette valeur de deux manières différentes : 1) en fonction des flux $\{I_t\}_{t=1,T}$ et du taux d'actualisation $r(e)$; et 2) en fonction des flux $\{I_t\}_{t=1,T}$ et du taux d'actualisation $r(0)$, et des flux d'économie d'impôt liée à l'utilisation de la dette $\{Ec.Imp_t\}_{t=0,T}$ et du taux d'actualisation $i$.**

L'économie d'impôt peut être prise en compte à deux niveaux différents : au niveau du taux d'actualisation (le dénominateur est alors moins élevé) et au niveau des flux (le numérateur est alors plus élevé).

Dans le premier cas, la valeur financière de l'investissement peut s'écrire comme la valeur présente des flux d'investissement calculés en ne tenant pas compte de l'économie d'impôt liée à la déductibilité des intérêts de la dette utilisée au niveau du résultat de l'entreprise, et actualisés à un taux qui tient compte de l'économie d'impôt :

$$V_f(I) = \sum_{t=1}^{T} \frac{I_t}{(1+r(e))^t}$$

Dans le deuxième cas, la valeur financière de l'investissement peut s'écrire comme la somme de la valeur présente des flux d'investissement et de la valeur présente des flux d'économie d'impôt liée à la déductibilité des intérêts de la dette utilisée au niveau du résultat de l'entreprise :

$$V_f(I) = \sum_{t=1}^{T} \frac{I_t}{(1+r(0))^t} + \sum_{t=1}^{T} \frac{Ec.Imp_t}{(1+i)^t}.$$

**Question 3 : en déduire une relation (très générale) entre le coût du capital $r(e)$ dans le cas d'un financement mixte par fonds propres et par dette et le coût du capital $r(0)$ dans le cas d'un financement uniquement par fonds propres.**

En égalisant les deux expressions de la valeur financière de l'investissement, il vient :

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{I_t}{(1+r(e))^t} = \sum_{t=1}^{T} \frac{I_t}{(1+r(0))^t} + \sum_{t=1}^{T} \frac{Ec.Imp_t}{(1+i)^t}.$$

En général, il est impossible d'expliciter la relation entre le coût du capital pour une entreprise endettée $r(e)$ et le coût du capital pour une entreprise non endettée $r(0)$. Cela dépend du profil des flux de l'investissement.

**Question 4 : calculer la valeur financière initiale (à la date 0) de l'investissement notée $V_f(I)$. On donnera deux expressions de cette valeur selon la méthode retenue pour tenir compte de l'économie d'impôt (au niveau du taux d'actualisation ou au niveau des flux).**

En prenant en compte l'économie d'impôt au niveau du taux d'actualisation, la valeur financière de l'investissement s'écrit :

$$V_f(I) = \sum_{t=1}^{T} \frac{I_t}{(1+r(e))^t} = \sum_{t=1}^{T} \frac{I_p}{(1+r(e))^t} = \frac{I_p}{r(e)}.$$

En prenant en compte l'économie d'impôt au niveau des flux, la valeur financière de l'investissement s'écrit :

$$V_f(I) = \sum_{t=1}^{T} \frac{I_t}{(1+r(0))^t} + \sum_{t=1}^{T} \frac{Ec.Imp_t(e)}{(1+i)^t} = \sum_{t=1}^{T} \frac{I_p}{(1+r(0))^t} + \sum_{t=1}^{T} \frac{\tau \cdot i \cdot D_0}{(1+i)^t} = \frac{I_p}{r(0)} + \frac{\tau \cdot i \cdot D_0}{i} = \frac{I_p}{r(0)} + \tau \cdot D_0.$$

**Question 5 : expliciter une relation simple entre le coût du capital $r(e)$ dans le cas d'un financement mixte par fonds propres et par dette et le coût du capital $r(0)$ dans le cas d'un financement uniquement par fonds propres. On précisera la nature financière ou comptable du ratio d'endettement utilisé.**

En égalisant les deux expressions de la valeur financière de l'investissement, il vient après calcul :

$$\frac{I_p}{r(e)} = \frac{I_p}{r(0)} + \tau \cdot D_0.$$

soit

$$\frac{1}{r(e)} = \frac{1}{r(0)} + \tau \cdot \frac{D_0}{I_p}.$$

Cette relation peut se réécrire comme suit :

$$\frac{1}{r(e)} = \frac{1}{r(0)} + \tau \cdot \frac{V_f(D)}{r(e) \cdot V_f(I)}.$$

En définissant $e$ comme le ratio d'endettement financier, il vient alors :

$$r(e) = (1 - \tau \cdot e) \cdot r(0).$$

Cette formule montre que le coût du capital est une fonction croissante de l'endettement de l'entreprise mesuré par le ratio d'endettement $e$.

**Question 6 : en déduire une relation entre le taux de rémunération minimum $k(e)$ des fonds propres exigé par les actionnaires dans le cas d'un financement mixte par fonds propres et par dette, et le taux de rémunération minimum $k(0)$ exigé par les actionnaires dans le cas d'un financement uniquement par fonds propres.**

En utilisant la formule générale reliant le coût du capital aux taux de rémunération des bailleurs de fonds, il vient :

$$k(e) = \frac{1}{1-e} r(e) - \frac{e}{1-e}(1-\tau) \cdot i.$$

En utilisant la formule du coût du capital trouvée dans la question précédente :

$$k(e) = \frac{1-\tau e}{1-e} r(0) - \frac{e}{1-e}(1-\tau) \cdot i.$$

Comme le coût du capital est égal au taux de rémunération des fonds propres dans le cas d'une entreprise non endettée, il vient :

$$k(e) = \frac{1-\tau e}{1-e} k(0) - \frac{e}{1-e}(1-\tau) \cdot i.$$

**Question 7 : montrer que cette relation peut se mettre sous la forme :**

$$k(e) = k(0) + (1-\tau)\cdot\lambda\cdot(r(0)-i),$$

**où λ représente le coefficient d'endettement défini par le ratio $V_f(D)/V_f(FP)$.**

**Commenter cette relation en termes de rentabilité et de risque.**

Le ratio d'endettement e est relié au coefficient d'endettement λ par la formule suivante : e=λ/(1+λ).

On en déduit que 1-e=1/(1+λ) et que e/(1-e)=λ.

L'expression du taux de rémunération des fonds propres trouvée dans la question précédente s'écrit alors :

$$k(e) = (1+\lambda)\cdot\left(1-\tau\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)r(0) - \lambda\cdot(1-\tau)\cdot i.$$

$$k(e) = (1+\lambda-\tau\lambda)r(0) - \lambda\cdot(1-\tau)\cdot i.$$

$$k(e) = r(0) + \lambda\cdot(1-\tau)\cdot(r(0)-i).$$

Comme le coût du capital est égal au taux de rémunération des fonds propres dans le cas d'une entreprise non endettée, il vient :

$$k(e) = k(0) + \lambda\cdot(1-\tau)\cdot(r(0)-i).$$

 