

Correction de l'exercice 2 du quiz du cours Gestion de patrimoine (MS 2008-2009 T2) : « Investissement à base de produit garanti (méthode OBPI et CPPI)»

Question 1 : trouver trois questions à poser au client permettant d'apprécier son attitude face au risque.

Avez-vous déjà placé votre argent en Bourse ?

Pouvez-vous supporter une perte sur vos placements si votre gain peut être supérieur éventuels sur vos placements sécurisés ?

Parmi les deux loteries suivantes, laquelle préférez-vous ? Recevoir 100 € aujourd'hui ou recevoir 120 € avec une probabilité de 50% ou 90 € avec une probabilité de 50% demain ?

Prenez-vous systématiquement votre parapluie avant de sortir de chez vous ?

Quel type de sport pratiquez-vous ?

Avez-vous déjà pris des risques ?

Question 2 : présenter au client la solution en termes de rentabilité, liquidité et risque. On rédigera un paragraphe de 3 lignes maximum pour chaque point ainsi qu'un paragraphe de 5 lignes maximum pour mettre en lumière la relation entre les trois points.

Au niveau de la rentabilité : « Le produit vous assure la garantie de votre capital. La rentabilité de votre produit sera donc toujours positive (jamais négative). De plus, en cas de hausse de la Bourse, vous allez bénéficier d'une partie de cette hausse comme la rentabilité du produit est indexée. »

Au niveau de la liquidité : « Le produit peut être revendu à tout moment mais notez bien que la garantie du capital n'est assurée qu'à l'échéance. »

Au niveau du risque : « Le risque de baisse est inexistant car le produit présente une garantie de capital en cas de baisse de la Bourse. En contrepartie, en cas de hausse de la Bourse, la rentabilité du produit ne représente qu'une partie de la hausse du marché financier. »

Au niveau de la relation entre la rentabilité, la liquidité et le risque : « Le produit que je vous conseille est un produit intermédiaire entre les placements sans risque et les investissements sur les marchés financiers. Il apporte de la sécurité en mettant votre capital à l'abri d'une baisse de la Bourse et vous permet de bénéficier dans une certaine mesure de la hausse de la Bourse. Une moindre rentabilité et un moindre risque pour assurer la garantie de votre capital tout en pouvant sortir à tout moment. »

Question 3 : expliquer pourquoi la solution d'investissement retenue correspond (ou ne correspond pas) à la problématique du client.

Le produit proposé correspond à la problématique du client dans le sens où il propose une garantie du capital. Noter que le produit ne propose qu'une garantie du capital à l'échéance alors que le client parle uniquement « d'une garantie du capital » sans préciser l'échéance. C'est point à préciser avec le client car s'il a besoin des fonds dans le court moyen terme, il se peut que le produit présente une perte en capital.

Dans le cadre d'une approche globale du client, il serait nécessaire d'étudier l'ensemble de du patrimoine financier du client voir de son patrimoine global. En effet, le patrimoine du client présente peut-être déjà une structure de type « produit garanti ». Dans ce cas, un produit garanti pour les fonds à placer peut ne pas être optimal.

Question 4 : rappeler les avantages et les inconvénients de la méthode du coussin.

Afin de répondre à cette question, il convient de préciser le point de vue à adopter : celui du client, du conseiller (le distributeur) ou de la société de gestion / salle de marché (le producteur). Vu le contexte, il s'agit de considérer le point de vue du client.

Pour le client, les principaux avantages du produit sont la garantie en capital à l'échéance et la participation à la performance du marché boursier.

Les principaux inconvénients portent sur la garantie qui n'est donnée qu'à l'échéance (et non sur toute la durée de l'investissement) et sur participation à la performance du marché boursier qui est limitée (inférieure à la performance du marché).

Question 5 : rappeler les grandes lignes de la méthode du coussin. On détaillera les calculs formels suivants :

- Valeur du plancher : F_t
- Valeur du coussin : C_t
- Valeur du fonds : V_t
- Règle d'investissement (règle du coussin)
- Part investie en actif risqué : E_t
- Part investie en actif sans risque : B_t
- Règle de réajustement

La méthode du coussin consiste à gérer un portefeuille de manière dynamique (c'est-à-dire en réajustant la composition du portefeuille).

La valeur plancher (*floor*) correspond à la valeur de la garantie à l'échéance actualisée :

$$F_t = G_T \cdot \exp(-r \cdot T)$$

La valeur du coussin correspond à la différence entre la valeur du fonds et la valeur plancher :

$$C_t = V_t - F_t$$

La règle d'investissement (règle du coussin) définit une contrainte sur la gestion du fonds. Cette règle définit la part en actif risqué en fonction de la valeur du coussin. La part en actif sans risque se déduit à partir de la valeur du fonds et de la part en actif risqué.

La part investie en actif risqué est définie par la règle du coussin :

$$E_t = m \cdot C_t$$

La part investie en actif sans risque est définie comme la différence entre la valeur du fonds et la part investie en actif risqué :

$$B_t = V_t - E_t$$

La règle de réajustement du fonds (à la date t) découle de l'application de la règle du coussin (à la date t) :

Part en actif risqué avant réajustement :

$$E_{t-} = \phi_{t-} \cdot S_t$$

Part en actif risqué après réajustement :

$$E_{t+} = m \cdot C_t = \phi_{t+} \cdot S_t$$

Achat / vente d'actif risqué (selon le signe de l'expression) lors du réajustement :

$$E_{t+} - E_{t-}$$

Part en actif sans risque avant réajustement :

$$B_{t-} = V_t - E_{t-}$$

Part en actif sans risque après réajustement :

$$B_{t+} = V_t - E_{t+}$$

Achat / vente d'actif sans risque (selon le signe de l'expression) lors du réajustement :

$$B_{t+} - B_{t-}$$

Question 6 : expliquer comment le producteur (la société de gestion ou la salle de marché) et le distributeur (le CGP) peuvent se rémunérer.

Le producteur se rémunère classiquement sous forme de frais de gestion annuels. Ces frais sont déduits annuellement de l'actif net du fonds.

Le distributeur se rémunère sur les droits d'entrée et sur les frais de gestion (une partie des frais prélevés sur le fonds par le producteur sont reversés au distributeur).

Question 7 : donner la composition initiale du fonds considéré pour le client. On détaillera les calculs numériques suivants :

- Valeur du plancher : F_0
- Valeur du coussin : C_0
- Part investie en actif risqué : E_0
- Part investie en actif sans risque : B_0 .

La valeur plancher est donnée par :

$$F_0 = G_T \cdot \exp(-r \cdot T) = 10.000.000,00 \cdot \exp(-0,05 \times 5) = 7.788.007,83 \text{ €}$$

La valeur du coussin est donnée par :

$$C_0 = V_0 - F_0 = 10.000.000,00 - 7.788.007,83 = 2.211.992,17 \text{ €}$$

La part investie en actif risqué est donnée par :

$$E_0 = m \cdot C_0 = 2 \times 2.211.992,17 = 4.423.984,34 \text{ €}$$

La part investie en actif sans risque est donnée par :

$$B_0 = V_0 - E_0 = 10.000.000,00 - 4.423.984,34 = 5.576.015,66 \text{ €}$$

Question 8 : étudier l'évolution du fonds un mois après son lancement (date du premier réajustement du fonds) sachant que l'indice CAC 40 a perdu 10% sur la période. On détaillera les calculs suivants :

- Valeur du fonds : V_1
- Valeur du plancher : F_1
- Valeur du coussin : C_1
- Part investie en actif risqué : E_1
- Part investie en actif sans risque : B_1
- Opérations d'achat/vente de l'actif sans risque et de l'actif risqué.

Au bout d'un mois, la valeur du fonds a évolué suite à l'évolution de la part investie en actif sans risque (intérêts au taux sans risque sur un mois) et de la part investie en actif risqué (variation du marché boursier).

Part en actif sans risque avant réajustement :

$$B_{1-} = 5.576.015,66 \cdot \exp\left(0,05 \times \frac{1}{12}\right) = 5.599.297,53 \text{ €}$$

Part en actif risqué avant réajustement :

$$E_{1-} = 4.423.984,34 \cdot (1 - 0,20) = 3.981.585,90 \text{ €}$$

Valeur du fonds :

$$V_1 = B_{1-} + E_{1-} = 5.599.297,53 + 3.981.585,90 = 9.580.883,43 \text{ €}$$

Valeur du plancher :

$$F_1 = G_T \cdot \exp(-r \cdot (T - \Delta T)) = 10.000.000,00 \cdot \exp\left(-0,05 \times \left(5 - \frac{1}{12}\right)\right) = 7.820.525,56 \text{ €}$$

Valeur du coussin :

$$C_1 = V_1 - F_1 = 9.580.883,43 - 7.820.525,56 = 1.760.357,87 \text{ €}$$

Part en actif risqué après réajustement :

$$E_{1+} = 2 \times 1.760.357,87 = 3.520.715,75 \text{ €}$$

Part en actif sans risque après réajustement :

$$B_{1+} = V_1 - E_{1+} = 9.580.883,43 - 3.520.715,75 = 6.060.167,69 \text{ €}$$

Opérations de réajustement :

Vente de part en actif risqué :

$$E_{1+} - E_{1-} = 3.520.715,75 - 3.981.585,90 = -460.870,16 \text{ €}$$

Achat d'actif sans risque :

$$B_{1+} - B_{1-} = 6.060.167,69 - 5.599.297,53 = +460.870,16 \text{ €}$$

Question 9 : rappeler les avantages et les inconvénients de la méthode optionnelle.

Pour le client, le produit donne une garantie en capital et la rémunération à maturité est connue en fonction de la valeur de l'actif risqué.

Question 10 : rappeler les grandes lignes de la méthode optionnelle. On détaillera les calculs formels suivants :

- **Part investie en option (à la date de lancement du fonds) : C_0**
- **Part investie en actif sans risque : B_t**
- **Part investie en option : C_t**
- **Valeur du fonds : V_t**
- **Taux de participation : λ .**

La méthode optionnelle consiste à construire (on dit structurer) le produit à la date initiale en investissant une partie en actif sans risque de telle sorte qu'à maturité la valeur de la partie en actif sans risque soit égale à la garantie et en investissant la différence en options (achats de calls).

La part investie en actif sans risque correspond à la valeur de la garantie à l'échéance actualisée :

$$B_0 = G_T \cdot \exp(-r \cdot T)$$

La part investie en options correspond à la différence entre la valeur du fonds et la part investie en actif sans risque :

$$C_0 = V_0 - B_0$$

Si la valeur d'un *call* sur l'actif risqué considéré émis à la monnaie et de maturité T et portant sur un nominal de G_T est égal à X , alors le taux de participation est défini par :

$$\lambda = \frac{C_0}{X}$$

Question 11 : expliquer comment le producteur (la salle de marché qui propose l'option et la société de gestion qui s'occupe de la structuration) et le distributeur (le CGP) peuvent se rémunérer.

Le producteur se rémunère sur le prix de l'option (salle de marché) et sur une marge prélevée à la date initiale (et éventuellement sur des frais de gestion prélevés annuellement sur la vie du produit).

Le distributeur se rémunère sur les droits d'entrée.

Question 12 : donner la composition initiale du fonds considéré pour le client. On détaillera les calculs numériques suivants :

- **Part investie en actif sans risque : B_0**
- **Part investie en option : C_0**
- **Taux de participation : λ .**

La part investie en actif sans risque est donnée par :

$$B_0 = G_T \cdot \exp(-r \cdot T) = 10.000.000,00 \cdot \exp(-0,05 \times 5) = 7.788.007,83 \text{ €}$$

La part investie en option est donnée par :

$$C_0 = V_0 - B_0 = 10.000.000,00 - 7.788.007,83 = 2.211.992,17 \text{ €}$$

La valeur d'un *call* sur l'indice CAC 40 émis à la monnaie et de maturité 5 ans et portant sur

un nominal de 10 000 000 € est égalé à 2 913 900 €. Le taux de participation est donc égal à 75,91%.

Question 13 : étudier l'évolution du fonds un mois après son lancement sachant que l'indice CAC 40 a perdu 10% sur la période et que la volatilité est de 10%. Le tableau ci-dessous donne la valeur d'option d'achat (*call*) pour une maturité de 4 ans et 11 mois (59 mois) et pour différents prix d'exercice (rapport *K/S* indiqué dans le tableau).

| Valeur du <i>call</i> | Volatilité de l'actif sous-jacent | | |
|--------------------------------|-----------------------------------|-----------|-----------|
| | 10% | 20% | 30% |
| En dehors de la monnaie (110%) | 0,15308 € | 0,21801 € | 0,28635 € |
| A la monnaie | 0,20801 € | 0,25941 € | 0,32054 € |
| Dans la monnaie (90%) | 0,27056 € | 0,30678 € | 0,35895 € |

On détaillera les calculs suivants :

- **Valeur du fonds : V_1**
- **Part investie en actif sans risque : B_1**
- **Part investie en option : C_1 .**

Au bout d'un mois, la valeur du fonds a évolué suite à l'évolution de la part investie en actif sans risque (intérêts au taux sans risque sur un mois) et de la part investie en option (variation du sous-jacent, de la volatilité, du taux d'intérêt).

Part en actif sans risque :

$$B_1 = 7.788.007,83 \cdot \exp\left(0,05 \times \frac{1}{12}\right) = 7.820.525,56 \text{ €}$$

Part en option :

$$C_1 = 0,7591 \cdot 10.000.000,00 \cdot 0,15308 = 1.162.056,90 \text{ €}$$

La valeur du fonds est donnée par

$$V_1 = B_1 + C_1 = 7.820.525,56 + 1.162.056,90 = 8.982.582,47 \text{ €}$$

Question 14 : comparer les deux méthodes d'un point de vue technique. Préciser les similarités et les différences. Etudier les liens entre les paramètres.

Les deux méthodes sont en fait assez semblables. En effet, l'option pouvant se décomposer sous la forme d'une partie investie en action et d'une partie investie en actif sans risque, on retrouve une décomposition implicite proche de celle de la méthode du coussin. Quand le prix de l'actif risqué monte, pour les deux méthodes, la part en actif sans risque diminue et la part en actif risqué augmente ; inversement, quand le prix de l'actif risqué baisse, pour les deux méthodes, la part en actif sans risque augmente et la part en actif risqué diminue.