The background features a decorative graphic consisting of three blue circles of varying sizes, each with a lighter blue ring around it. These circles are arranged in a vertical line, with the largest at the top, a medium one in the middle, and the largest at the bottom. Two thin blue lines intersect at the top left and extend diagonally across the page, framing the circles.

Le Medaf ; Application à la gestion de patrimoine

Benjamin Pitoun, Yann Ribière, Chloé Descombes

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	2
LE CAPM OU MEDAF.....	3
Risque, diversification et frontière efficiente.....	3
La rentabilité brute de l'investisseur.....	3
Le risque.....	3
La diversification d'un portefeuille.....	4
La frontière efficiente.....	6
En l'absence d'actif sans risque (Markowitz).....	6
En présence d'actif sans risque (Tobin 1958).....	7
Le Modèle d'Evaluation Des Actifs Financiers (MEDAF).....	8
Les hypothèses du modèle de Sharpe-Lintner.....	8
Le portefeuille de marché et la droite de marché.....	9
L'évaluation des actifs et la droite caractéristique d'un actif.....	10
L'élimination du risque spécifique par diversification.....	12
Application à la gestion de patrimoine.....	14
La relation au client.....	14
Construction du portefeuille de marché et du portefeuille client.....	16
Le choix du portefeuille de marché.....	16
Le choix de l'actif sans risque.....	17
Le choix du portefeuille client.....	17
Le choix de la méthode de détermination des paramètres du CAPM.....	18
Simulation.....	18
Principe d'analyse.....	19
Analyse des performances passées.....	20
L'analyse de portefeuille "world diversified".....	25
Diversification.....	25
Rentabilité et risque.....	25
Conclusion.....	26
Annexe.....	27

INTRODUCTION

Ces dernières années, la recherche en finance s'est de plus en plus intéressée à la modélisation des phénomènes présents sur les marchés comme l'évolution des cours, les durées entre transactions, ... Pour cela, elle a fait appel très fréquemment à des outils mathématiques et probabilistes afin de décrire la dynamique des prix. L'étude de ces outils et leurs applications ont déjà permis de nombreuses avancées, et mené à une sophistication croissante des techniques de gestion des portefeuilles.

Afin de pouvoir proposer à son client des stratégies efficaces et adaptées, le gestionnaire de patrimoine moderne peut s'intéresser à ces outils, et nous tacherons de décrire comment ils peuvent être alors employés.

LE CAPM OU MEDAF

Le modèle d'équilibre (ou d'évaluation) des actifs financiers (MEDAF), traduction de Capital Asset Pricing Model (CAPM) a été développé dans les années 60 par les universitaires W.Sharpe (1964), J. Lintner (1965) et I. Mossi (1966), et a radicalement modifié le mode de pensée en finance de marché. Son message central est que, pour tout actif financier, la relation entre risque et rentabilité espérée est croissante linéairement. Le MEDAF a connu depuis de nombreuses applications, a été soumis à d'innombrables tests empiriques sur pratiquement tous les marchés financiers du monde. Il reste à ce jour le paradigme dominant malgré des attaques continues, de nature tant théorique qu'empirique.

RISQUE, DIVERSIFICATION ET FRONTIERE EFFICIENTE

LA RENTABILITE BRUTE DE L'INVESTISSEUR

Le concept de rentabilité a des acceptations différentes selon les investisseurs. Quand on parle de rentabilité obtenue par un investisseur sur une action, on se réfère non seulement au dividende net que lui rapporte ce titre mais aussi à la plus-value éventuelle qu'il en retire. Ainsi le taux de rentabilité comprend à la fois le rendement et la plus ou moins-value en capital rapportée au cours d'achat de l'action.

$$R_{it} = \frac{D_{it} + P_{it} - P_{it-1}}{P_{it-1}}$$

Où R_{it} constitue le taux de rentabilité de l'action i pendant la période t , D_{it} , le dividende encaissé pendant la période t , P_{it} , le cours de l'action i pendant la période t et P_{it-1} , le cours de l'action i pendant la période $t-1$.

L'expression de ce taux de rentabilité est brute des avoirs fiscaux et de l'impôt sur le revenu. Il suppose que la distribution des dividendes ou que le réinvestissement des dividendes a lieu en fin de chaque période où le choix de la période est variable, le taux de rentabilité brute peut être hebdomadaire, journalier, annuel, semestriel ou pluriannuel.

LE RISQUE

L'investissement en valeur mobilière constitue le sacrifice d'un avantage immédiat ou une absence de consommation immédiate en échange d'avantages futurs. Le futur étant incertain, et s'opposant à la certitude du présent, l'investissement en valeurs mobilière constitue l'échange d'un avantage certain et immédiat contre un avantage futur et incertain.

Ainsi le risque d'un actif financier pour un investisseur peut être défini comme l'incertitude qui existe quant à la valeur de cet actif à une date future.

L'objectif de tout investisseur est de réaliser une certaine rentabilité sur les capitaux qu'il gère. Cependant, l'obtention de celle-ci n'est pas certaine à l'avance. La rentabilité réalisée (ex post) est plus ou moins différente de celle espérée (ex ante). Ainsi on assimile le risque d'un investissement à la dispersion ou variabilité de sa rentabilité autour de la valeur anticipée.

La variabilité d'une action sur une période déterminée est donnée par l'écart type de la série des taux de rentabilité de cette action sur un nombre de sous périodes à définir. Statistiquement, la variance d'une série de taux de rentabilité passés est définie comme la moyenne des carrés des écarts entre ces taux de rentabilité et le taux de rentabilité moyen.

Formellement :

- Le taux de rentabilité moyen : $\bar{R}_i = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_{it}$
- La variance d'une action : $\sigma_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (R_{it} - \bar{R}_i)^2$
- La covariance entre les taux de rentabilité mesure le degré de dépendance des fluctuations de cours de deux actions : $\sigma_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (R_{it} - \bar{R}_i)(R_{jt} - \bar{R}_j)$

L'assimilation des concepts de rentabilité et de risque au couple moyenne variance suppose que la distribution du taux de rentabilité suive une loi normale, laquelle possède des propriétés très utiles. En effet, si une série de taux de rentabilité suit une loi normale, et ceci quelle que soit la durée servant à calculer les taux, la répartition de ces taux autour de la moyenne est symétrique et ne dépend que de l'écart type comme l'indique la fréquence des observations selon une distribution normale.

L'étude de la normalité des taux de rentabilité fait l'objet de ce mémoire et sera exploité dans la deuxième partie. Ici, l'objet est de présenter les hypothèses sous jacentes au MEDAF.

LA DIVERSIFICATION D'UN PORTEFEUILLE

L'inclusion de plusieurs titres dans un portefeuille réduit le risque de celui-ci par rapport au risque des titres individuels qui le composent.

La rentabilité du portefeuille est simplement la moyenne des rentabilités de chacun des titres qui le composent, pondérée par leurs valeurs respectives dans le portefeuille.

$$R_p = x_A R_A + x_B R_B$$

De même, l'espérance de rentabilité, $E(R_p)$ est une fonction linéaire des espérances de rentabilité des titres qui composent le portefeuille.

Le risque d'un portefeuille dépend non seulement du risque des titres qui le composent, pris isolément, mais aussi de la mesure avec laquelle leur rentabilités sont affectées de manière similaire par les événements qui les font varier. Pour mesurer ce paramètre, on utilise la covariance et le coefficient de corrélation.

La covariance des taux de rentabilité de deux titres est la moyenne des produits des écarts des taux de rentabilité des deux titres par rapport à leur moyenne respective. Le coefficient de corrélation est une mesure liée à la covariance, c'est le rapport de leur covariance au produit de leurs écarts types.

$$\sigma_{AB} = \rho_{AB} \cdot \sigma_A \sigma_B$$

Où :

- σ_{AB} : covariance des taux de rentabilité des titres A et B
- ρ_{AB} : coefficient de corrélation entre les taux de rentabilité des titres A et B
- σ_i : écart type des taux de rentabilité du titre i (i=A,B)

Le risque de portefeuille σ_p est tel que :

$$\sigma_p^2 = x_A^2 \cdot \sigma_A^2 + x_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2x_A x_B \sigma_{AB}$$
$$\sigma_p^2 = x_A^2 \cdot \sigma_A^2 + x_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2x_A x_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}$$

Ainsi la diversification s'apprécie selon le degré de corrélation entre les titres en portefeuille.

Lorsque les taux de rentabilité sont corrélés de manière parfaitement positive, le risque du portefeuille devient : $\sigma_p^2 = (x_A \sigma_A + x_B \sigma_B)^2$. Le risque de portefeuille se résume à la moyenne arithmétique pondérée des risques des titres individuels qui le composent. Dans ce cas, la diversification n'entraîne pas de réduction du risque pour l'investisseur en valeur mobilière.

Lorsque les taux de rentabilité sont corrélés de manière parfaitement négative, le risque de portefeuille devient : $\sigma_p^2 = (x_A \sigma_A - x_B \sigma_B)^2$. Le risque de portefeuille peut être complètement annulé en pondérant astucieusement les deux actifs.

Lorsque les taux de rentabilité ont une corrélation nulle, le risque de portefeuille est inférieur à celui d'investir dans un seul titre.

Lorsque la corrélation des taux de rentabilité est comprise entre 0 et 1, le risque de portefeuille est inférieur au risque d'investir exclusivement dans un titre.

En conclusion, plus la corrélation est faible, plus l'avantage de diversification du risque est important. Ainsi, le risque du portefeuille peut être réduit sans sacrifier la rentabilité. La rentabilité du portefeuille est la moyenne des rentabilités alors que le risque du portefeuille est inférieur à la moyenne des risques, sauf cas extrêmes.

LA FRONTIERE EFFICIENTE

Markowitz (1959, 1987) a développé une méthode de solution générale du problème de la structure des portefeuilles qui incorpore le traitement quantifié du risque. Cette méthode propose à l'investisseur un ensemble de portefeuille « efficaces », c'est-à-dire qui, pour une rentabilité globale possible, présentent le risque le plus faible, et vice-versa. Cette méthode utilise uniquement les concepts de moyenne pour la rentabilité espérée et de la variance pour l'incertitude associée à cette rentabilité. On parle de critère « moyenne-variance » associé à l'analyse de Markowitz.

EN L'ABSENCE D'ACTIF SANS RISQUE (MARKOWITZ)

Si on combine tous les titres « risqués » disponibles de toutes les manières possibles, on obtient l'ensemble des portefeuilles possibles, caractérisés par un taux de rentabilité de moyenne μ et d'écart-type σ .

Parmi tous ces portefeuilles figure le « portefeuille de marché » qui comprend tous les titres risqués pondérés par leur capitalisation. Le portefeuille de marché a une rentabilité R_M , de moyenne μ_M et d'écart-type σ_M . C'est le portefeuille d'actifs risqués qui procure la diversification la plus grande possible.

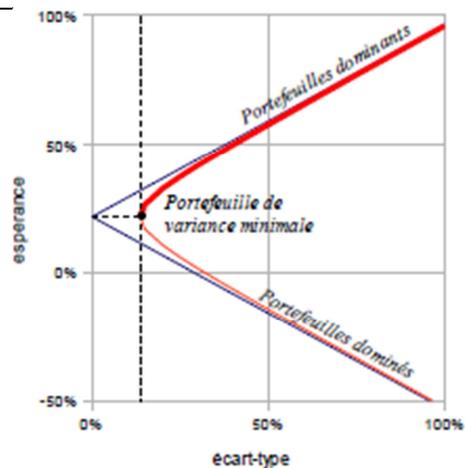
Un portefeuille efficient est un portefeuille dont la rentabilité moyenne est maximale pour un niveau de risque donné, ou dont le risque est minimal pour une rentabilité donnée.

Les portefeuilles efficaces sont sur la frontière de l'ensemble des portefeuilles dans le plan (σ, μ)

On peut montrer algébriquement que la frontière de l'ensemble des portefeuilles est une branche d'hyperbole d'équation :

$$\mu = \mu_v \pm \sqrt{\sigma^2 - \sigma_v^2}$$

Où a est une constante qui correspond à la pente de la branche asymptotique, et dont la valeur dépend des caractéristiques des rentabilités des titres existant, leurs moyennes, variances, covariances. σ_v^2 et μ_v sont les



caractéristiques variance/moyenne du portefeuille de variance minimale.

La frontière efficiente « régulière » est la branche supérieure de l'hyperbole (portefeuilles dominants).

J-B Desquilbet Université d'Artois, *Modèle d'évaluation des actifs financiers*

Les rentabilités espérées se combinent linéairement, tandis que les risques se combinent non linéairement, à cause des covariances.

Les portefeuilles d'actifs risqués efficients vérifient deux propriétés. Premièrement, toute combinaison linéaire de portefeuilles efficients est un portefeuille efficient (en particulier, le portefeuille de marché est efficient). Deuxièmement, le « théorème de séparation à deux fonds » de Black (1972) qui généralise celui de Tobin (1958) affirme que toute la frontière « régulière » peut être générée par la combinaison linéaire de deux portefeuilles efficients quelconques, en combinant éventuellement des positions longues et courtes.

EN PRESENCE D'ACTIF SANS RISQUE (TOBIN 1958)

L'actif sans risque paie un taux de rentabilité réelle fixe, sans risque de défaut. Dans un portefeuille comprenant un titre risqué d'écart type σ_R et de moyenne μ_R , en proportion x ,

Et un actif sans risque $\sigma_f = 0$ et de rentabilité r_f , en proportion $(1 - x)$, rentabilité et risque se combinent linéairement :

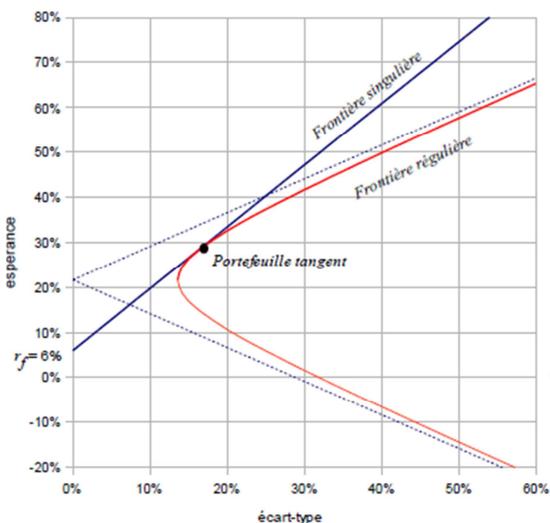
$$R_p = xR_R + (1 - x)r_f$$

$$\mu_p = x\mu_R + (1 - x)r_f \text{ et } \sigma_p = x\sigma_r$$

$$D'où : \mu_p = r_f + \frac{\mu_R - r_f}{\sigma_r} \sigma_p$$

$\frac{\mu_R - r_f}{\sigma_r}$ est « le ratio de Sharpe » du portefeuille. On arbitre entre les portefeuilles en choisissant le ratio de Sharpe le plus élevé.

La possibilité de placer un actif sans risque dans un portefeuille, élargit l'ensemble des portefeuilles possibles. La frontière efficiente



dite singulière est la demi-droite qui relie le titre sans risque au portefeuille d'actif risqué ayant le ratio de Sharpe le plus élevé ; on parle du portefeuille tangent.

La frontière « singulière » indique un principe de séparation à ceux investissant dans le même portefeuille d'actifs risqués ayant le ratio de Sharpe le plus élevé. La composition de ce portefeuille est indépendante du degré d'aversion au risque des investisseurs. C'est l'allocation entre portefeuille risqué et actif sans risque qui diffère selon la préférence pour le risque.

J-B Desquilbet Université d'Artois, *Modèle d'évaluation*

Algébriquement, on obtient le portefeuille tangent en maximisant le ratio de Sharpe. Ainsi, on choisit σ sous la contrainte d'appartenance à la frontière régulière :

$$\max_{\sigma} \frac{\mu_R - r_f}{\sigma_r} \text{ s. c } \mu = \mu_v \pm \sqrt{\sigma^2 - \sigma_v^2}$$

$$\text{D'où : } \mu_T = \mu_v + \frac{a^2 \sigma_v^2}{\mu_v - r_f} \text{ et } \sigma_T^2 = \sigma_v^2 \left(\frac{a^2}{(\mu_v - r_f)^2} \right)$$

L'équation de la frontière singulière est donc :

$$\mu = r_f + \frac{\mu_T - r_f}{\sigma_T} \sigma$$

LE MODELE D'ÉVALUATION DES ACTIFS FINANCIERS (MEDAF)

LES HYPOTHESES DU MODELE DE SHARPE-LINTNER

Il convient tout d'abord de rappeler que l'agent peut placer son argent dans un actif qui peut être risqué ou alors totalement dénué de risque aux taux sans risque d'intérêts à court terme. Le modèle d'équilibre suppose que ce taux sans risque est le même pour l'emprunt et le prêt (hypothèse peu réaliste pour un investisseur privé).

Un certain nombre d'autres hypothèses sont nécessaires au développement de ce modèle :

- Les anticipations de rentabilité et de risque sont les mêmes pour tous les investisseurs
- Les marchés de capitaux sont parfaits en ce sens que tous les actifs sont indéfiniment divisibles ; il n'y a aucun frais de transaction et pas d'impôts, aussi les taux d'emprunt et de prêt sont les mêmes quel que soit l'investisseur.

Pour déterminer la relation entre rentabilité espérée et risque d'un titre financier à l'équilibre du marché, on considère que les comportements des investisseurs individuels sont agrégés et que le portefeuille de Marché M, défini comme le portefeuille comprenant tous les actifs risqués présents dans l'économie est efficient.

La notion d'efficience est relative :

- Aux anticipations concernant les espérances et les variances-covariances des rentabilités
- A l'horizon d'investissement

Les anticipations sont généralement déterminées à partir de probabilités objectives ou des meilleures informations disponibles, ou encore de tests économétriques. Cet ensemble formé de croyances et d'horizons standards constitue le référentiel à partir duquel la frontière d'efficience est construite et la première hypothèse formulée.

D'autre part, les investisseurs risco-phobes évaluent les portefeuilles en termes d'espérance et de variance des rentabilités sur une période : le modèle est dit unipériodique.

Sous ces hypothèses, tous les investisseurs déterminent la même frontière efficiente régulière, le même portefeuille tangent ayant le ratio de Sharpe le plus élevé. Ils détiennent tous des actifs risqués dans les mêmes proportions.

LE PORTEFEUILLE DE MARCHÉ ET LA DROITE DE MARCHÉ

Le modèle le plus connu et surtout le plus simple pour décrire la rentabilité et le risque d'une action est le modèle de marché. Ce modèle qui trouve ses origines dans les travaux de Markovitz (1959) a été développé par Sharpe (1964). Il simplifie la réalité en postulant que les fluctuations des cours d'une action cotée sur un marché sont dues à l'influence du marché en général et à des causes purement spécifiques à chacune des sociétés considérées.

A l'équilibre du marché, tous les titres offerts sont détenus, ce qui implique que le portefeuille tangent est le portefeuille de marché.

La frontière singulière à l'équilibre est appelée la « droite de marché » ou « Capital Market Line ». Pour tous les portefeuilles efficients, on a donc :

$$\mu_p = r_f + \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M} \sigma_p$$

Tous les portefeuilles ont le même ratio de Sharpe, celui du portefeuille de marché.

L'équation précédente décrit la rentabilité à l'équilibre de tout portefeuille efficient comme la somme du taux sans risque et d'une prime de risque. La prime de risque est construite comme le produit du « prix du risque » (ratio de Sharpe) et de la quantité de risque (écart-type de la rentabilité).

L'ÉVALUATION DES ACTIFS ET LA DROITE CARACTÉRISTIQUE D'UN ACTIF

Dans tout portefeuille efficient, la prime de risque d'un actif particulier est proportionnelle à la prime de risque du portefeuille :

$$\mu_i - r_f = \frac{\text{cov}(R_i, R_p)}{\sigma_p^2} (\mu_p - r_f)$$

Le facteur de proportionnalité, $\frac{\text{cov}(R_i, R_p)}{\sigma_p^2}$, mesure la contribution marginale du titre i au risque du portefeuille.

À l'équilibre, tous les titres font partis du portefeuille de marché, qui est efficient. Il vient :

$$\mu_i - r_f = \frac{\text{cov}(R_i, R_M)}{\sigma_M^2} (\mu_M - r_f)$$

Dans le cas où cette relation n'est pas vérifiée pour n'importe quel titre i , les investisseurs décideront d'ajouter ce titre à leur portefeuille de sorte de « battre le marché ». Ainsi, la demande pour ce titre augmente, le cours monte et la rentabilité diminue. Cela entraîne un retour à l'équilibre et la vérification de l'équation précédente.

La relation précédente peut s'écrire en termes de ratio de Sharpe et de coefficient de corrélation $\rho_{i,M}$:

$$\frac{\mu_i - r_f}{\sigma_i} = \rho_{i,M} \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M}$$

$$\text{Où : } \rho_{i,M} = \frac{\text{Cov}(R_i, R_M)}{\sigma_i \sigma_M}$$

Cela signifie que le ratio de Sharpe du titre i est égal au produit du coefficient de corrélation des rendements du titre et du marché, et du ratio de Sharpe du portefeuille de marché. A l'équilibre, tous les titres ayant le même coefficient de corrélation avec le marché ont le même ratio de Sharpe.

Le paramètre $\frac{\text{Cov}(R_i, R_M)}{\sigma_M^2}$ s'interprète comme étant le bêta du titre β_i . Il représente la sensibilité du rendement du titre au rendement du marché, c'est-à-dire la variation du rendement expliquée par celle du marché. On dit qu'il représente la part de « risque systématique » ou « risque non diversifiable » contenue dans le risque total du titre.

Si les rentabilités sont « normalement » distribuées et qu'on effectue la régression linéaire par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires de R_i sur R_M , on obtient l'équation de la droite caractéristique du titre :

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{Mt} + \varepsilon_{it}$$

Où α_t et β_t sont les coefficients de la régression et ε_{it} est le résidu, d'espérance nulle, non corrélé à R_{Mt} .

Ainsi, on peut décomposer la rentabilité du titre i de la façon suivante :

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + \varepsilon_i$$

En prenant l'espérance mathématique, on obtient : $\mu_i = \alpha_i + \beta_i \mu_M$ d'où $\alpha_i = (1 - \beta_i)r_f$

Le rendement est fonction de deux éléments principaux. D'une part l'influence du marché caractérisé par β_i qui mesure la sensibilité du rendement du titre au rendement du marché. En effet, si $\beta_i < 1$, alors le rendement du titre varie moins que celui du marché ; on parle alors de titre défensif. Si $\beta_i > 1$, alors le rendement du titre varie plus que celui du marché ; on parle de titre offensif. Et d'autre part, des cause spécifique au titre lui-même, caractérisé par ε_i .

Le risque total du titre mesuré par la variance de la rentabilité vaut : $\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2$

Donc le risque total est égal à la somme du risque systématique (systématique, non diversifiable) et du risque spécifique (non systématique, diversifiable).

Le risque systématique est d'origine macroéconomique il incorpore les données de la croissance économique, des crises, des mouvements de taux d'intérêts, d'incertitude géopolitique...

Le risque spécifique est d'origine microéconomique, il incorpore l'information relative aux grèves de l'entreprise, aux contrats décrochés ou non, aux comportements des consommateurs face aux produits de l'entreprise....

L'ELIMINATION DU RISQUE SPECIFIQUE PAR DIVERSIFICATION

La rentabilité d'un portefeuille à N titres est la moyenne des rentabilités des titres :

$$R_P = \sum_{i=1}^N x_i R_i$$

En décomposant la rentabilité de chaque titre en $R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + \varepsilon_i$ on écrit la rentabilité du portefeuille comme :

$$R_P = \sum_{i=1}^N x_i \alpha_i + \sum_{i=1}^N x_i \beta_i R_M + \sum_{i=1}^N x_i \varepsilon_i = \alpha_P + \beta_P R_M + \varepsilon_P$$

Ceci s'explique par le fait que le bêta d'un portefeuille est égal à la moyenne pondérée des bêtas des titres qui le composent :

$$\sum_{i=1}^N x_i \beta_i = \sum_{i=1}^N x_i \text{Cov}(R_i, R_M) = \sum_{i=1}^N \text{Cov}(x_i R_i, R_M) = \text{Cov}\left(\sum_{i=1}^N x_i R_i, R_M\right) = \text{Cov}(R_P, R_M) = \beta_P$$

Ainsi, on peut appliquer la même décomposition du risque total d'un titre en termes de risque systématique et non systématique au risque de portefeuille : $\sigma_P^2 = \beta_P^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_P}^2$

En augmentant la part des titres dont le beta est supérieur à 1, l'investisseur augmente la composante systématique du risque de portefeuille (sensibilité au risque de marche).

En augmentant la part des titres dont le beta est inférieur à 1, l'investisseur diminue la composante systématique du risque de portefeuille (sensibilité au risque de marche).

La composition spécifique du risque diminue en augmentant la variété des titres en portefeuille. En effet, le risque spécifique est mesuré par $\sigma_{\varepsilon_P}^2$, dont la valeur est :

$$\sigma_{\varepsilon_P}^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j)$$

Dans un portefeuille équipondéré, $x_i = \frac{1}{N}$ et $\sigma_{\varepsilon_P}^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j)$

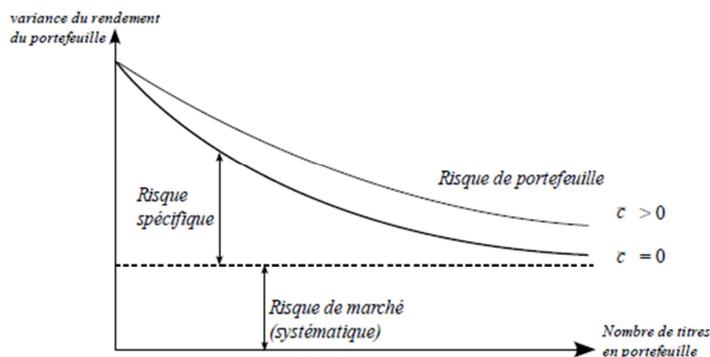
Soient $\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_{\varepsilon_i}^2$ et $\overline{\text{Cov}} = \frac{1}{N^2 - N} \sum_{i=1}^N \sum_{i \neq j} \text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j)$, respectivement, la variance moyenne et la covariance moyenne.

On peut alors écrire la variance du rendement du portefeuille comme suit :

$$\sigma_{\varepsilon_P}^2 = \frac{1}{N} \bar{\sigma}^2 + \frac{N^2 - N}{N^2} \overline{\text{Cov}} = \frac{1}{N} \bar{\sigma}^2 + \left(1 - \frac{1}{N}\right) \overline{\text{Cov}}$$

En augmentant le nombre de titre en portefeuille, le risque du portefeuille diminue.

Diagramme de Wagner et Lau :



J-B Desquilbet Université d'Artois,
Modèle d'évaluation des actifs

LA RELATION AU CLIENT

Un gestionnaire de patrimoine est avant tout un conseiller, un analyste comportemental et un professionnel ayant une certaine expertise des marchés.

En gestion de patrimoine, concernant la relation client, l'élément numéro un est de définir l'objectif recherché par le client. Cette étape est primordiale afin d'obtenir un résultat qui soit en concordance avec les attentes du client. Les choix et les attentes des investisseurs ne sont pas toujours des choix optimaux au regard du volume et de la qualité de leur patrimoine. Ceci s'explique par le caractère affectif important lié à la gestion, il faut savoir évaluer ce qui n'est pas appréciable en argent. D'autre part, cela s'explique aussi par le fait que les clients, eux-mêmes, ne connaissent pas l'étendue de leur patrimoine et le potentiel d'investissement rentable dont ils sont capables ; il faut aller chercher le non-dit. L'analyse comportementale est donc primordiale.

L'un des facteurs majeurs d'un diagnostic pertinent des objectifs du client est l'écoute. Le gestionnaire de patrimoine, à la manière d'un psychologue, doit créer une relation de confiance, quasi-intime avec son client. En effet, toutes les caractéristiques personnelles ou professionnelles peuvent être des variables importantes qui rentrent en compte dans la construction fictive d'une fonction comportementale personnalisée. Le caractère personnalisé du diagnostic client est directement lié au fait que les investisseurs sont tous différents ce qui nécessite une pondération relative de chaque variables

Le professionnel doit procéder à l'analyse de la situation familiale (composition de la famille, régime matrimonial, nombre d'enfant, ...), de la situation professionnelle (historique des revenus, niveau et origine des ressources, garanties, âge probable de cessation d'activité,...), de la situation fiscale (nature et poids des impôts, existence) et enfin, la situation patrimoniale (ce que vous avez et ce que vous devez) de son client.

Ainsi, lorsque le gestionnaire de patrimoine possède une connaissance approfondie de son client et qu'une relation de confiance s'est installée entre eux, il va pouvoir cibler certains critères qui serviront de socle à l'analyse du profil du client en tant qu'investisseur. Pour

cibler le profil de l'investisseur, nous devons nous intéresser à ses préférences en terme de consommation et d'épargne. Ces informations sont importantes en ce qu'elles vont affiner la connaissance du client et permettre au gestionnaire de patrimoine de préciser encore ses attentes dans le but toujours de proposer le produit le plus adapté et personnalisé possible.

Afin d'établir les préférences de consommation et d'épargne du client, nous avons besoin de connaître différents paramètres :

- L'âge du client
- Sa richesse actuelle
- Le coefficient d'aversion au risque relatif duquel on déduira la proportion d'actifs risqués et non risqués dans le portefeuille.
- Le taux de dépréciation du futur
- Le coefficient de fonction leg

Ces informations utilisées notamment dans le modèle de cycle de vie, seront précieuses au gestionnaire de patrimoine en ce qu'elles rajoutent aux critères d'analyse, la notion d'horizon temporel et de rôle que joue l'investissement aux yeux du client. Celui-ci a-t-il une préférence pour le présent ou le futur s'agissant de sa consommation ? Que compte-t-il léguer à ses enfants ? etc...

A partir de ces données, on peut par exemple dresser quatre profils type illustrant les préférences de l'investisseur :

	$\gamma = 0,5$	$\gamma = -2$
$\rho = 2\%$	 <p>Confiant dans l'avenir, investisseur risqué – recherche de performance</p>	 <p>Confiant dans l'avenir. Prévoyant, anticipe la période suivante – averse au risque</p>
$\rho = 9\%$	 <p>Dépensier, hyper consommateur dans le présent</p>	 <p>Risk averse – incertain dans l'avenir</p>

Une fois le profil de l'investisseur déterminé, le gestionnaire de patrimoine va devoir informer son client des différentes possibilités qui lui sont offertes pour réaliser au mieux son placement ou encore établir la stratégie d'investissement. D'autre part, c'est à ce stade de la relation client que le gestionnaire de patrimoine joue le rôle de conseiller en usant de pédagogie et de didactie afin d « éduquer » son client aux méthodes d'investissement et à l'analyse économique.

La stratégie d'investissement consiste à choisir parmi les classes d'actifs financiers (actions, obligations, produits monétaires, produits structurés, immobiliers,...) et les différents secteurs d'activité comme l'énergie, les nouvelles technologies, les médias,... etc. , dans le cas où le client émettrait une demande spécifique.

En conclusion, la relation client se résume au principe général des « 4 C »

- Le contact : comment appréhender l'autre
- Le connaître
- Le convaincre
- Conclure

CONSTRUCTION DU PORTEFEUILLE DE MARCHÉ ET DU PORTEFEUILLE CLIENT

Le modèle que nous utilisons ici pour proposer un portefeuille personnalisé est celui du MEDAF ; ainsi, il nous faut obtenir au préalable un certain nombre d'informations sur les marchés.

LE CHOIX DU PORTEFEUILLE DE MARCHÉ

La première étape consiste à construire un portefeuille de marché, qui sert de référence. Pour les marchés boursiers comme pour l'immobilier, il existe un certain nombre d'indices stars représentatif de marchés géographiques ou encore sectoriels. Par exemple, le CAC 40 pour les actions françaises, le S&P 500 pour le marché américain, l'Amex Oil Index ou l'Alternative Energy Index pour le secteur de l'énergie, ou le CAC IT 20 pour le secteur des entreprises de communication françaises.. Ces indices stars sont usuellement utilisés comme portefeuille de marché..

Les indices qui existent peuvent facilement être utilisés pour construire de nouveaux indices afin de personnaliser les portefeuilles de marchés en fonction des requêtes clients. En effet, un portefeuille de marché est efficient au sens du CAPM et si l'on considère les indices comme des portefeuilles de marché, alors une combinaison linéaire de ces derniers est un portefeuille de marché efficient au sens du CAPM. En ce qui concerne l'espérance de rentabilité, la variance et la covariance de ces portefeuilles de marché, c'est une fois de plus la linéarité du CAPM et celle de ces opérateurs qui permet de les calculer par pondération des indices correspondant aux classes d'actifs choisies avec le client.

LE CHOIX DE L'ACTIF SANS RISQUE

Dans le cas d'un particulier, les produits d'assurance vie en euros, bien qu'imparfaits, peuvent jouer le rôle d'actif sans risque. Il reste alors à choisir laquelle, et la gamme des choix dépendra alors du niveau de richesse du client et du capital à placer. Il ne faut pas considérer cet actif comme un produit garantissant à la fois le capital et le rendement : le capital est sauf, mais le taux servi reste incertain et volatile.

LE CHOIX DU PORTEFEUILLE CLIENT

Dans le MEDAF, les actifs sont tous « bien priced » et se situent sur la droite de marché, fonction linéaire de l'exposition au risque de marché. Ils n'offrent néanmoins pas tous le même risque et la même rentabilité attendue. Il s'agit dès lors de choisir avec le client quel risque il accepte de prendre, ou quelle rentabilité il attend.

Une fois encore, le rôle de conseiller du gestionnaire de patrimoine, lui impose un effort de pédagogie vis-à-vis du client. Le client doit assimiler que sur les marchés, la rentabilité attendue est indissociable d'un niveau de risque pris, et que le choix d'un des paramètres détermine aussitôt le second.

Le choix des actifs à intégrer au portefeuille client, est directement lié à leur exposition au portefeuille de marché. Ce coefficient d'exposition, est facilement disponible sur des bases de données d'information financière, du moins par rapport à leur indice de référence. Dans le cas où le portefeuille de marché choisi est une combinaison linéaire de plusieurs indices

réfèrent, le coefficient d'exposition BETA est calculé en pondérant la participation de chaque actif à la quote-part des indices composant le portefeuille de marché. Ainsi, l'exposition d'un actif est chaque fois relative au portefeuille de marché pré-choisi. Dans tous les cas, la connaissance de ces Betas permet de construire une stratégie conforme aux désirs du client : plus ou moins exposée aux risques du marché, et contenant les types d'actifs voulus par le client.

LE CHOIX DE LA METHODE DE DETERMINATION DES PARAMETRES DU CAPM

Le choix des paramètres peut être plus ou moins sophistiqué. En effet, pour le calcul des volatilités, des rentabilités et des Betas, on peut choisir différentes méthodes. Une première sur la base de données historiques statiques ; cependant, on obtient des données fortement dépendantes du choix de la période. Une seconde, repose sur l'utilisation de données historique mais de façon glissante pour prendre en compte les effets de saisonnalité ou afin de repérer des schémas chartistes redondants. Une troisième méthode consiste à exploiter les informations des plateformes financières, auquel cas on devient dépendant des choix et des partis pris d'analystes extérieurs, mais on peut espérer prendre en compte des informations prévisionnelles sur le marché. Enfin, l'étude et l'évaluation des rapports et des communications d'entreprises ainsi que la conjoncture économique permettent d'établir des prévisions et de juger de la valeur de la volatilité et des rentabilités attendues. Cependant, il s'agit d'une approche plus spéculative, probablement peu adaptée aux besoins de la gestion de patrimoine.

En conclusion, le gestionnaire de patrimoine cherche à utiliser des données faciles d'accès et relativement fiable. La spéculation sur d'éventuelles valeurs paramétriques ou d'évolution du cours de certains actifs entraîne un risque supplémentaire qui pèse sur le portefeuille client.

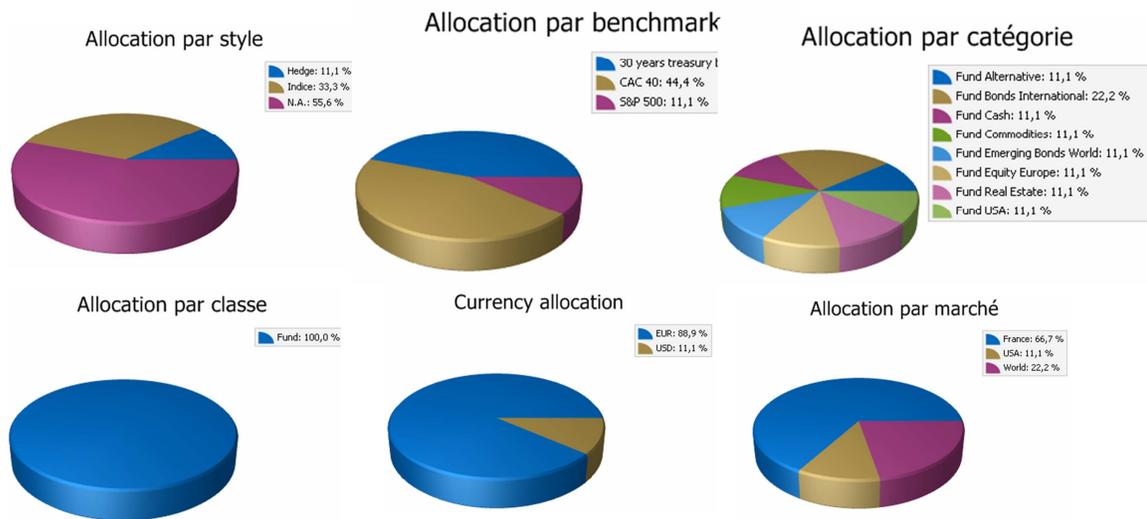
A partir des données et paramètres sélectionnés, le MEDAF permet de déterminer l'allocation stratégique la meilleure permettant de respecter le choix des clients concernant la classe d'actif, le niveau de risque pris et la rentabilité attendu.

SIMULATION

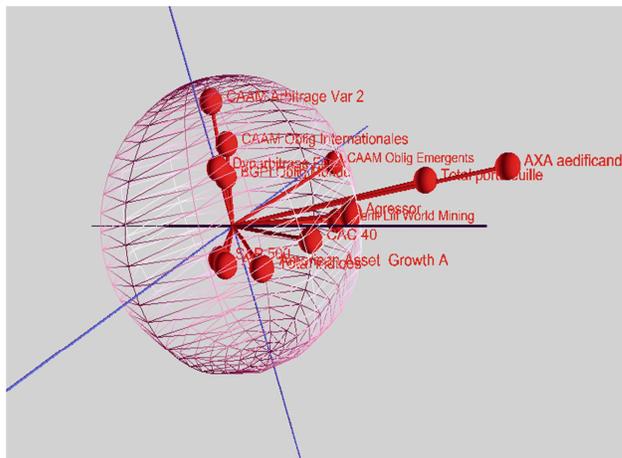
PRINCIPE D'ANALYSE

De manière à avoir une vision concrète des outils d'analyse, nous allons utiliser le portefeuille **World diversified**. Ce Portefeuille est composé de plusieurs actifs (fonds) qui couvrent plusieurs classes de actifs telles que les actions, les obligations, les produits de base et les biens immobiliers, ceci pour plusieurs

devises. On peut penser, a priori que ce portefeuille est bien diversifié.



Nous allons maintenant utiliser les outils analytiques pour voir comment le risque de ce portefeuille peut être abaissé.



Cette image est un objet 3D qui est utilisé pour représenter le portefeuille **World diversified**. Il est construit en utilisant toutes les données journalières des actifs et des indices qui font partie de ce portefeuille.

Une matrice de corrélation a été utilisée pour déterminer la position des

actifs et des indices. Au plus les éléments sont corrélés, plus l'angle formé au centre de la sphère est aigu et vice versa. La corrélation est une statistique qui mesure le degré de dépendance de deux ou plusieurs actifs. Si le coefficient de corrélation tend vers +1, les actifs sont fortement corrélés, un investisseur obtiendra un risque (volatilité résultante) quasiment identique à l'investissement sur un seul des deux actifs. La diversification est alors quasi-nulle. Si le coefficient de corrélation tend vers zéro les deux actifs sont indépendants l'un de l'autre. La diversification est bonne. Si les actifs ont un coefficient de corrélation qui tend vers -1. Ils réagissent de façon inverse l'un par rapport à l'autre. On utilise la corrélation pour minimiser le risque d'un portefeuille.

	Agressor	Alger Amer...	AXA aedifi...	BGPI Oblig ...	CAAM Arbi...	CAAM Obli...	CAAM Obli...	Dynarbitra...	Meril Lif W...	Total porte...	CAC 40	S&P 500	Total indices
> Agressor	100,00%	34,07%	59,97%	6,23%	7,65%	17,21%	17,26%	2,66%	52,51%	75,32%	84,07%	32,87%	74,02%
Alger American Asset Growth	34,07%	100,00%	24,98%	21,22%	22,94%	2,93%	30,16%	21,15%	3,19%	51,44%	42,75%	65,93%	60,80%
AXA aedificandi	59,97%	24,98%	100,00%	10,09%	3,79%	8,39%	16,01%	5,30%	41,12%	70,58%	57,43%	27,47%	52,95%
BGPI Oblig Monde	6,23%	21,22%	10,09%	100,00%	32,37%	-2,38%	66,88%	54,76%	-12,27%	19,02%	5,68%	-2,59%	2,59%
CAAM Arbitrage Var 2	7,65%	22,94%	3,79%	32,37%	100,00%	14,13%	67,56%	72,15%	-9,00%	18,29%	7,33%	3,42%	6,69%
CAAM Oblig Emergents	17,21%	2,93%	8,39%	-2,38%	14,13%	100,00%	7,02%	1,21%	22,94%	26,27%	9,52%	4,36%	8,74%
CAAM Oblig Internationales	17,26%	30,16%	16,01%	66,88%	67,56%	7,02%	100,00%	72,98%	-8,93%	30,57%	17,77%	1,97%	13,21%
Dynarbitrage Forex	2,66%	21,15%	5,30%	54,76%	72,15%	1,21%	72,98%	100,00%	-18,12%	13,92%	3,13%	-0,66%	1,82%
Meril Lif World Mining	52,51%	3,19%	41,12%	-12,27%	-9,00%	22,94%	-8,93%	-18,12%	100,00%	77,83%	39,91%	12,72%	33,96%
Total portefeuille	75,32%	51,44%	70,58%	19,02%	18,29%	26,27%	30,57%	13,92%	77,83%	100,00%	67,52%	40,28%	66,08%
CAC 40	84,07%	42,75%	57,43%	5,68%	7,33%	9,52%	17,77%	3,13%	39,91%	67,52%	100,00%	44,53%	90,63%
S&P 500	32,87%	65,93%	27,47%	-2,59%	3,42%	4,36%	1,97%	-0,66%	12,72%	40,28%	44,53%	100,00%	78,18%
Total indices	74,02%	60,80%	52,95%	2,59%	6,69%	8,74%	13,21%	1,82%	33,96%	66,08%	90,63%	78,18%	100,00%

Annexe 1

Le ratio de Sharpe règle la distance de chaque planète par rapport au centre de la sphère. S'il est positif sa couleur est le rouge, s'il est négatif sa couleur est le bleu. Ce ratio est utilisé pour comparer les performances de chacun des actifs, des indices et des portefeuilles. Ce ratio est le critère principal utilisé pour sélectionner les actifs. Il est égal à :

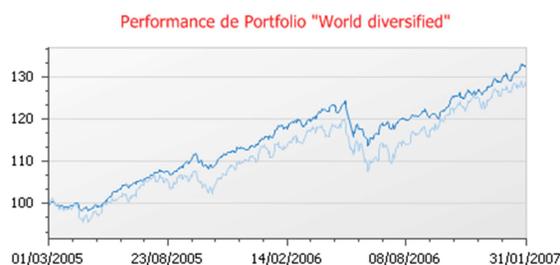
$$\text{Ratio de Sharpe} = \frac{\text{Profit} - \text{Taux sans risque}}{\text{Volatilité}}$$

Un ratio de Sharpe négatif signifie que l'investisseur ne sera pas récompensé pour le risque qu'il prend. En conséquence, les actifs présentant un ratio de Sharpe négatif doivent être éliminés d'un portefeuille.

ANALYSE DES PERFORMANCES PASSES

L'ANALYSE DE LA PERFORMANCE DEBUTE PAR UNE ANALYSE GRAPHIQUE

Graphique de performance qui montre la performance de chaque actif du portefeuille :



La performance est normalisée sur une base 100. On remarque le portefeuille choisie a réalisé une meilleure performance que le marché. Dans les hausses de cours, la performance est faiblement meilleure, en revanche lorsque le marché des 40 plus grosses entreprises français chute, la performance du portefeuille est nettement meilleure ; les pertes sont largement limités. Alors que l'indice Français termine la période à un niveau inférieur à son niveau de départ, le portefeuille effectue un profit positif.

Graphique d'évolution de volatilité pour montrer l'évolution de la volatilité :



La volatilité du portefeuille est mesure statistique de la quantité de fluctuation de son prix au cours d'une période. Un actif avec une haute volatilité a des mouvements de hausse et de baisse plus amples et plus rapides. Un actif avec très peu de mouvements est un actif à volatilité basse. En terme de benchmark, le portefeuille constitué réalise une volatilité inférieure à celle de l'indice CAC 40 sur la même période.

Graphique d'évolution du bêta qui montre l'évolution du beta par actif et pour le total du portefeuille :



Le beta est la volatilité d'un actif ou d'un portefeuille par rapport à son indice de référence (benchmark). Si ce nombre est supérieur à 1, l'actif ou le portefeuille

amplifie les mouvements du marché, s'il est inférieur à 1, il réduit les mouvements du marché et offre moins de risque que celui-ci. Ici, le beta du portefeuille est significativement inférieur à 1 sur l'ensemble de la période. L'exposition au marché est de type défensif.

ANALYSE DES PERFORMANCES EN VALEUR DU PORTEFEUILLE

Total de la performance du portefeuille sur la période choisie

Portefeuille	Valeur début	Valeur fin	Profit	Profit (d.a.)	Volatilité	Volatilité (d.a.)	Sharpe	Alpha	Hurst ...	D-Stat(p)	Hurst ...	D-Stat(a)	VaR (c)	Dividen...
Portefolio "World diversified"	100	133	15,79%	12,35%	5,77%	6,85%	2,32	9,33%	44%	48%	45%	26%	3,70%	0,00%

Annexe 2

La **valeur finale** du portefeuille en fin de période est de 133 (sur une base 100 initiale), ainsi la valeur du portefeuille à augmenter de 33% sur l'ensemble de la période. Plus spécifiquement, le profit annualisé ou taux de rendement interne du portefeuille qui indique le taux annuel composé qu'il est nécessaire d'appliquer à la mise initiale à la date de début pour retirer la mise finale à la date de fin, est de 15,79%. Le profit de la dernière année de référence s'élève à 12,35%, ce qui représente une bonne progression de la performance. La moyenne annualisée de la volatilité est de 5,77% alors que celle de la dernière année s'élève à 6,85%.

Le ratio de Sharpe calculé pour la période choisie et basé sur le taux sans risques indique la performance du portefeuille. La valeur de 2,32, positive et très haute, indique l'investisseur est sur-récompensé pour le risque qu'il a pris.

L'Alpha est basé sur la formule de Jensen et est calculé par rapport au total des indices. L'alpha mesure l'excès (ou le déficit) de performance par rapport au marché.

L'alpha de Jensen est calculé de la manière suivante:

$$Alpha = (\pi_{Actif} - R_f) - (\beta (\Delta_{actif}, \Delta_{indices}) * (\pi_{Indice} - R_f))$$

Ainsi, le portefeuille a réalisé un excédent de 9,33% de performance par rapport au total des indices (combinaison linéaire des indices utilisés pour le benchmark).

L'exposant de Hurst reflète l'aptitude de chaque actif à surperformer (sous-performer) son indice de référence en termes de profit ou d'alpha. Si cet exposant est supérieur à 50 % la tendance est considérée comme persistante, s'il est inférieur ou égal à 50 %, elle est considérée comme anti-persistante. Autrement dit, l'aptitude de l'actif à sur performer le marché est le fait du hasard. Cet indicateur doit être utilisé avec précaution en conjonction avec l'indicateur D-Stat de manière à avoir l'assurance du sens de la persistance. Ici, les deux indicateurs sont inférieurs à 50% donc il semblerait que la tendance soit anti-persistante, c'est-à-dire que l'aptitude du portefeuille à sur performer le marché est le fait du hasard.

La valeur à risque d'un actif ou d'un portefeuille est son pourcentage maximal de baisse sur une période de temps et pour un seuil de confiance donné (ici 95%). Elle est basée sur les historiques de cours et est calquée sur la volatilité. Cette valeur à risque basée sur la loi normale est ensuite corrigée par l'approximation de Cornish-Fisher pour ajuster l'asymétrie, l'excès de kurtosis et les valeurs extrêmes constatées sur tous les actifs. La valeur à risque corrigée (VaR (c)) est ainsi plus proche de la réalité historique.

La correction est calculée comme suit :

$$z = Z_c + \frac{1}{6}(Z_c^2 - 1)S + \frac{1}{24}(Z_c^3 - 3Z_c)K - \frac{1}{36}(2Z_c^3 - 5Z_c)S^2$$

où Z_c est la constante correspondant à 95% de niveau de confiance

S est le Skewness (asymétrie)

K est l'excès de Kurtosis par rapport à une loi normale (3)

Ici, $\text{VaR}(c)=3,7\%$, ce qui est relativement faible.

ANALYSE DES PERFORMANCES EN VALEUR DES ACTIFS QUI COMPOSENT LE PORTEFEUILLE

Actif	Allocab...	Valeur début	Valeur fin	Profit	Profit (d.a.)	Volatilité	Volatilité (d.a.)	Sharpe	Alpha	Hurst ...	D-Stat(p)	Hurst (a)	D-Stat(a)	VaR (c)	Dividen...
AXA aedificandi	11,11%	100	189	39,33%	47,17%	11,54%	13,34%	3,20	34,96%	49%	32%	53%	29%	12,92%	0,00%
CAAM Oblig Emergents	11,11%	100	117	8,31%	6,75%	3,53%	3,31%	1,67	5,55%	66%	55%	59%	31%	2,71%	0,00%
Agressor	11,11%	100	127	13,42%	10,94%	7,59%	8,38%	1,45	4,58%	44%	51%	56%	31%	-1,58%	0,00%
CAAM Arbitrage Var 2	11,11%	100	107	3,83%	4,18%	1,03%	1,17%	1,40	1,28%	95%	59%	45%	24%	1,96%	0,00%
Merill Luf World Mining	11,11%	100	185	37,66%	24,88%	25,36%	29,98%	1,39	29,81%	51%	43%	50%	38%	-13,24%	0,00%
Alger American Asset Growth A	11,11%	100	135	17,07%	1,62%	15,82%	16,64%	0,93	3,77%	51%	48%	58%	43%	-12,15%	0,00%
CAAM Oblig Internationales	11,11%	100	116	7,82%	1,71%	5,93%	5,83%	0,91	4,46%	62%	55%	53%	31%	-2,97%	0,00%
Dynarbitrage Forex	11,11%	100	109	4,34%	3,09%	2,85%	3,53%	0,68	1,81%	80%	58%	50%	31%	-0,31%	0,00%
BGPT Oblig Monde	11,11%	100	108	4,13%	1,96%	3,13%	3,01%	0,55	1,56%	75%	58%	55%	31%	-1,08%	0,00%

Annexe 3

Prenons le premier actif AXA aedificandi qui est un fonds investi en immobilier. La performance de ce fonds a été excellente du point de vue du ratio de Sharpe, toutefois aucun indice de ce portefeuille n'est un bon benchmark pour cet actif. L'alpha de 29,74 % n'a donc que peu de signification, l'exposant de Hurst n'a également que peu de signification. Le ratio de Sharpe (3,20) qui semble exceptionnel doit être comparé au contexte de biens immobiliers en Europe qui a été excellent sur la période étudiée.

Si nous regardons maintenant le deuxième actif CAAM Oblig émergent, de nouveau aucun index ne représente un bon benchmark pour cet actif. Ce fonds est composé d'obligations des pays émergents et devrait être comparé à un indice obligataire. Pourtant sa performance par rapport au ratio de Sharpe a été excellente, ce fonds mérite d'avantage d'investigation, mais c'est probablement un bon candidat à laisser dans le portefeuille.

Regardons Agressor, un fonds d'actions Europe. En terme de profit sa performance est identique à celle du CAC 40, pourtant la volatilité du fonds (7,59 %) est inférieure à celle du CAC 40 et en conséquence son ratio de Sharpe (1,45) est excellent. Sa VaR est quasiment la moitié de celle du CAC 40.

LE BENCHMARKING

Le premier tableau affiche tous les indices qui sont utilisés pour comparer la performance du portefeuille alors que le dernier affiche un indice composé de tous les indices du portefeuille.

Indice	Valeur début	Valeur fin	Profit	Profit (d.a.)	Volatilité	Volatility (l.y.)	Sharpe	Alpha	VaR (c)
CAC 40	100	138	18,40%	13,35%	13,06%	14,51%	1,22	2,58%	-6,08%
S&P 500	100	119	9,40%	12,35%	9,86%	9,57%	0,71	-2,23%	-7,19%
Indice	Valeur début	Valeur fin	Profit	Profit (d.a.)	Volatilité	Volatility (l.y.)	Sharpe	Alpha	VaR (c)
Total indices	100	129	13,98%	12,89%	9,92%	10,82%	1,17	0,00%	-3,83%

Annexe 4

L'ANALYSE DE PORTEFEUILLE "WORLD DIVERSIFIED"

DIVERSIFICATION

A priori on peut penser comme que toutes les sortes d'actifs ont été incluses dans ce portefeuille et que nous atteignons une très bonne diversification. Nous avons aussi des investissements dans plusieurs devises (le Yen, le dollar, l'Euro). Ceci n'est pas si mal, mais il y a tout de même une marge d'amélioration de diversification. 39 % de risque interne a été éliminé, nous pourrions facilement aller à 45 % avec une meilleure sélection des actifs, pas nécessairement plus profitables, mais moins corrélés.

Regardons le graphique 3D, CAAM Arbitrage Var 2 est très près de Dynarbitrage Forex, cela montre une forte corrélation entre les deux actifs. Bien que ceux-ci, pris individuellement, soient de grande qualité, les inclure tous les deux dans le même portefeuille n'est pas le meilleur choix que l'on puisse faire. Deux autres actifs sont plutôt proches il s'agit de BGPI Oblig international et CAAM Oblig international. Ces deux actifs sont également de grande qualité et ont un excellent ratio de Sharpe. Pourtant ils sont corrélés, en d'autres termes leur présence conjointe ne contribue pas à plein à une bonne diversification.

RENTABILITE ET RISQUE

Jetons maintenant un coup d'œil sur la disposition des indices et des actifs par rapport au centre de la sphère. Leur distance au centre de la sphère est proportionnelle à leur ratio de Sharpe. Ce qui signifie que les actifs situés à une distance courte du centre de la sphère tirent le ratio de Sharpe du portefeuille vers le bas et peuvent à ce titre être considérés

comme peu efficaces. Regardons l'endroit où se situe **Agressor** par rapport à **Alger American Growth** et remarquez que la distance d'**Agressor** par rapport au centre est beaucoup plus grande que celle d'**Alger American growth**. Même si la corrélation entre ces deux fonds est acceptable, **Alger American growth** tire la performance Sharpe du portefeuille vers le bas. Le maintien de la présence de ce fonds dans le portefeuille n'est donc pas souhaitable.

Tous les actifs et tous les indices sont de couleur rouge, ce qui signifie qu'ils sont tous positifs. S'ils avaient été négatifs, ils apparaîtraient en bleu. Il n'y a aucune raison de garder un actif de couleur bleue dans un portefeuille, à moins de prévoir un niveau de performance différent pour la période à venir.

CONCLUSION

En conclusion, le MEDAF est un modèle simple d'utilisation de forme linéaire qui permet de bien comprendre les mouvements du marché et l'exposition au risque. Cependant, seules les extensions du modèle permettent une utilisation pratique des avancées théoriques apportées par le MEDAF.

En effet, même si les fondements de la gestion de portefeuille reposent sur ce modèle, l'utilisation de nombreux autres ratios telle que le ratio de Sharpe ou encore la IPC ou bien même la VaR est indispensable pour soutenir la gestion dynamique dans un environnement multi-périodique.

En somme, le rôle du gestionnaire de portefeuille est multiple. En effet, s'il est un analyste et un économiste, c'est aussi et surtout un conseiller et un analyste comportemental. Il lui faut donc avant tout rester clair et pratique, et ne pas rester un théoricien déconnecté de son client.

ANNEXE

Annexe 1 :

	Agressor	Alger Amer...	AXA aedifi...	BGPI Oblig ...	CAAM Arbi...	CAAM Obl...	CAAM Obl...	Dynarbitra...	Merill Liif W...	Total porte...	CAC 40	S&P 500	Total indices
> Agressor	100,00%	34,07%	59,97%	6,23%	7,65%	17,21%	17,26%	2,66%	52,51%	75,32%	84,07%	32,87%	74,02%
Alger American Asset Growth	34,07%	100,00%	24,98%	21,22%	22,94%	2,93%	30,16%	21,15%	3,19%	51,44%	42,75%	65,93%	60,80%
AXA aedificandi	59,97%	24,98%	100,00%	10,09%	3,79%	8,39%	16,01%	5,30%	41,12%	70,58%	57,43%	27,47%	52,95%
BGPI Oblig Monde	6,23%	21,22%	10,09%	100,00%	32,37%	-2,38%	66,88%	54,76%	-12,27%	19,02%	5,68%	-2,59%	2,59%
CAAM Arbitrage Var 2	7,65%	22,94%	3,79%	32,37%	100,00%	14,13%	67,56%	72,15%	-9,00%	18,29%	7,33%	3,42%	6,69%
CAAM Oblig Emergents	17,21%	2,93%	8,39%	-2,38%	14,13%	100,00%	7,02%	1,21%	22,94%	26,27%	9,52%	4,36%	8,74%
CAAM Oblig Internationales	17,26%	30,16%	16,01%	66,88%	67,56%	7,02%	100,00%	72,98%	-8,93%	30,57%	17,77%	1,97%	13,21%
Dynarbitrage Forex	2,66%	21,15%	5,30%	54,76%	72,15%	1,21%	72,98%	100,00%	-18,12%	13,92%	3,13%	-0,66%	1,82%
Merill Liif World Mining	52,51%	3,19%	41,12%	-12,27%	-9,00%	22,94%	-8,93%	-18,12%	100,00%	77,83%	39,91%	12,72%	33,96%
Total portefeuille	75,32%	51,44%	70,58%	19,02%	18,29%	26,27%	30,57%	13,92%	77,83%	100,00%	67,52%	40,28%	66,08%
CAC 40	84,07%	42,75%	57,43%	5,68%	7,33%	9,52%	17,77%	3,13%	39,91%	67,52%	100,00%	44,53%	90,63%
S&P 500	32,87%	65,93%	27,47%	-2,59%	3,42%	4,36%	1,97%	-0,66%	12,72%	40,28%	44,53%	100,00%	78,18%
Total indices	74,02%	60,80%	52,95%	2,59%	6,69%	8,74%	13,21%	1,82%	33,96%	66,08%	90,63%	78,18%	100,00%

Annexe 2 :

Portefeuille	Valeur début	Valeur fin	Profit	Profit (d.a.)	Volatilité	Volatilité (d.a.)	Sharpe	Alpha	Hurst ...	D-Stat(p)	Hurst ...	D-Stat(a)	VaR (c)	Dividen...
Portfolio "World diversified"	100	133	15,79%	12,35%	5,77%	6,85%	2,32	9,33%	44%	48%	45%	26%	3,70%	0,00%

Annexe 3 :

Actif	Allocati...	Valeur début	Valeur fin	Profit	Profit (d.a.)	Volatilité	Volatilité (d.a.)	Sharpe	Alpha	Hurst ...	D-Stat(p)	Hurst (a)	D-Stat(a)	VaR (c)	Dividen...
AXA aedificandi	11,11%	100	189	39,33%	47,17%	11,54%	13,34%	3,20	34,96%	49%	32%	53%	29%	12,92%	0,00%
CAAM Oblig Emergents	11,11%	100	117	8,31%	6,75%	3,53%	3,31%	1,67	5,55%	66%	55%	59%	31%	2,71%	0,00%
Agressor	11,11%	100	127	13,42%	10,94%	7,59%	8,38%	1,45	4,58%	44%	51%	56%	31%	-1,58%	0,00%
CAAM Arbitrage Var 2	11,11%	100	107	3,83%	4,18%	1,03%	1,17%	1,40	1,28%	95%	59%	45%	24%	1,96%	0,00%
Merill Lif World Mining	11,11%	100	185	37,66%	24,88%	25,36%	29,98%	1,39	29,81%	51%	43%	50%	38%	-13,24%	0,00%
Alger American Asset Growth A	11,11%	100	135	17,07%	1,62%	15,82%	16,64%	0,93	3,77%	51%	48%	58%	43%	-12,15%	0,00%
CAAM Oblig Internationales	11,11%	100	116	7,82%	1,71%	5,93%	5,83%	0,91	4,46%	62%	55%	53%	31%	-2,97%	0,00%
Dynarbitrage Forex	11,11%	100	109	4,34%	3,09%	2,85%	3,53%	0,68	1,81%	80%	58%	50%	31%	-0,31%	0,00%
BGPI Oblig Monde	11,11%	100	108	4,13%	1,96%	3,13%	3,01%	0,55	1,56%	75%	58%	55%	31%	-1,08%	0,00%

Annexe 4 :

Indice	Valeur début	Valeur fin	Profit	Profit (d.a.)	Volatilité	Volatility (l.y.)	Sharpe	Alpha	VaR (c)
CAC 40	100	138	18,40%	13,35%	13,06%	14,51%	1,22	2,58%	-6,08%
S&P 500	100	119	9,40%	12,35%	9,86%	9,57%	0,71	-2,23%	-7,19%
Indice	Valeur début	Valeur fin	Profit	Profit (d.a.)	Volatilité	Volatility (l.y.)	Sharpe	Alpha	VaR (c)
Total indices	100	129	13,98%	12,89%	9,92%	10,82%	1,17	0,00%	-3,83%