

Événements extrêmes en finance mieux comprendre pour mieux prévoir

Comment et quand se produisent les événements extrêmes en finance, krachs et booms boursiers notamment, l'enjeu est décisif. François Longin répond à cette question pour conjurer les angoisses permanentes des analystes, CGPI et autres traders, confrontés à la dure loi des marchés. Ces derniers apprendront qu'ils ne sont pas totalement désarmés devant l'avenir

Krachs et booms boursiers : mieux connaître ces événements au niveau de leur amplitude et de leur fréquence d'apparition, est de première importance.

Pour des opérations de *trading* (à court terme) ou d'investissement (à long terme), une très forte variation du prix des actifs financiers a un impact très significatif sur le résultat de *trading* ou sur la valeur du portefeuille. Pour des positions comprenant des produits dérivés, le pouvoir multiplicateur de l'effet de levier propre aux options rend les variations extrêmes de cours encore plus extrêmes...

QUELQUES STATISTIQUES SUR LES EXTRÊMES

Comme expliqué dans l'article « *Que savons-nous du comportement du prix des actifs financiers ?* »*, la mesure pertinente des mouvements de marché est la rentabilité associée à chaque actif.

Une façon de définir les extrêmes : considérer la plus forte baisse ou la plus forte hausse journalière observée sur une période donnée. On parle de rentabilité minimale et maximale.

LES 10 PLUS FORTES VARIATIONS JOURNALIÈRES DE L'INDICE CAC 40 JANVIER 1988 - SEPTEMBRE 2009

Les 10 plus fortes baisses en %		Les 10 plus fortes hausses en %	
6 octobre 2008	-9,04	13 octobre 2008	+11,18
11 septembre 2001	-7,39	14 mars 2003	+7,25
19 août 1991	-7,29	17 janvier 1991	+7,05
16 octobre 1989	-6,29	29 juillet 2002	+7,04
30 septembre 2002	-5,87	29 octobre 1997	+6,29
24 mars 2003	-5,67	10 mars 2009	+5,73
17 septembre 1998	-5,47	24 septembre 2001	+5,70
6 août 1990	-5,12	12 octobre 1998	+5,51
14 janvier 2009	-4,56	4 janvier 1999	+5,20
5 octobre 1992	-4,30	27 août 1990	+5,09

La variation extrême observée sur une seule journée est souvent de la même amplitude que la variation de l'indice sur toute une année, ce qui démontre l'importance du phénomène. Il est intéressant de remarquer que le minimum et le maximum de rentabilités observées chaque année apparaissent souvent à des dates très rapprochées (dans la même semaine).

Cela illustre le comportement de la volatilité qui varie au cours du temps. Après un grand choc sur le marché, la probabilité d'observer à nouveau de grands chocs devient plus élevée.

LE MONDE EST-IL NORMAL ?

Pour aller au-delà des simples chiffres présentés ci-dessus, il est nécessaire de faire appel au concept de distribution statistique.

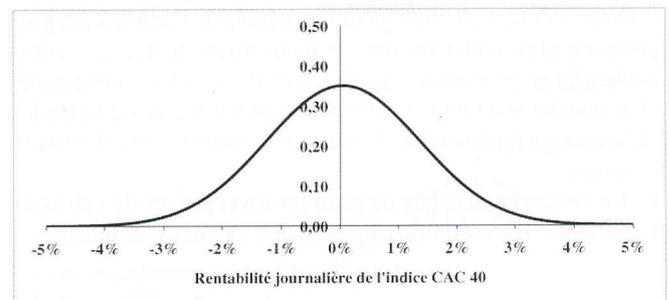
Cet outil mathématique permet de donner une probabilité à des événements par nature aléatoires. Le comportement des rentabilités

est souvent modélisé par la loi normale, encore appelée loi de Gauss du nom du statisticien allemand du XIX^e siècle.

Cette loi dépend de deux paramètres : la moyenne et la variance. La variance (ou l'écart-type) mesure la dispersion de la rentabilité, c'est-à-dire le fait que la rentabilité observée peut être plus ou moins loin de la moyenne.

La figure ci-dessous représente la loi de Gauss estimée pour les rentabilités journalières de l'indice CAC 40. Elle prend la forme d'une courbe en cloche, ce qui signifie qu'il y a plus de chance d'observer une rentabilité proche de la moyenne que loin de la moyenne.

DISTRIBUTION STATISTIQUE DE LA LOI DE GAUSS



La loi normale estimée à partir de données historiques permet de connaître la probabilité d'événements de marché comme la probabilité d'observer une rentabilité en-dessous ou au-dessus d'un certain seuil. Une manière plus intuitive, d'appréhender le concept de probabilité (surtout pour de faibles valeurs) est d'utiliser la notion de période de retour. Il s'agit du nombre de jours qu'il faut attendre en moyenne pour observer une rentabilité d'un seuil donné.

Le tableau ci-dessous montre que, dans un monde normal, la probabilité d'observer un fort mouvement de marché à la baisse ou à la hausse est très faible. Par exemple, la probabilité d'observer une baisse inférieure à -5% est seulement de 0,15% et une baisse inférieure à -10% est pratiquement nulle.

STATISTIQUES SUR LES VARIATIONS DE L'INDICE CAC 40 - LOI DE GAUSS

BAISSES			HAUSSES		
Rentabilité %	Probabilité %	Période retour	Rentabilité %	Probabilité %	Période retour
0	48,96	2 jours	0	51,04	2 jours
-1	26,90	4 jours	+1	28,64	3 jours
-5	0,15	684 jours	+5	0,17	579 jours
-10	0	643 007 167 jrs	+10	0	469 422 727 jrs

Or, dans la réalité, si la probabilité de tels événements est faible, elle est non négligeable. Par exemple, une baisse du marché d'environ -10% apparaît historiquement tous les 20 ans, alors que la loi normale prédit qu'un tel événement apparaît tous les 643 007 167 jours, soit toutes les 2 572 028 années.

Décidément, le monde n'est pas normal...

COMMENT MODÉLISER LES EXTRÊMES ?

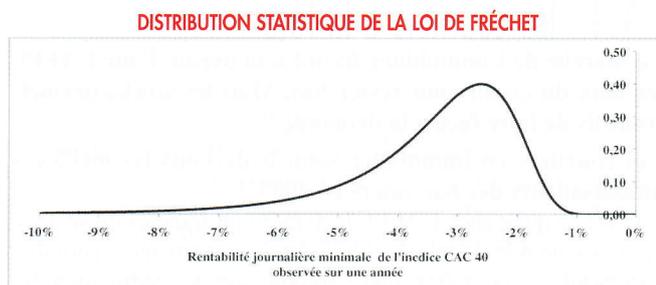
Si la loi normale ne semble pas bien adaptée aux événements extraordinaires des marchés financiers, il est alors nécessaire d'utiliser des outils plus appropriés comme la théorie des valeurs extrêmes. Cette théorie statistique est très utilisée en ingénierie.

Lorsque vous conduisez votre voiture, que vous traversez le pont de Normandie ou passez une nuit d'hôtel à Monaco, votre vie dépend des résultats de la théorie des valeurs extrêmes ? Cette théorie est en effet appliquée dans des domaines aussi variés que la résistance des matériaux, le dimensionnement des ouvrages ou encore l'étude des tremblements de terre.

En finance, la théorie des valeurs extrêmes (TVE) a été utilisée pour modéliser les krachs et les booms boursiers** et a trouvé des applications en gestion des risques bancaires et financiers***.

Les travaux de recherche ont montré que la loi gouvernant les événements extrêmes sur les marchés financiers était une loi de Fréchet, du nom d'un mathématicien français du début du XX^e siècle.

La figure ci-dessous représente la loi de Fréchet pour les rentabilités journalières minimales de l'indice CAC40 observées sur une année.



Le tableau ci-dessous, à gauche, donne la probabilité et la période de retour d'une rentabilité extrême d'être au-dessus ou en dessous d'un seuil donné.

Il compare trois distributions : la distribution historique qui sert de référence (la réalité), la loi de Gauss et la loi de Fréchet.

Les résultats du tableau ci-dessous, à droite, confirment que l'hypothèse de normalité (loi de Gauss) ne convient pas pour modéliser les extrêmes.

Au contraire, la loi de Fréchet est proche de la réalité, les probabilités d'apparition de rentabilités estimées par la loi de Fréchet étant comparables aux probabilités historiques.

COMPARAISON DES VARIATIONS EXTREMES DE L'INDICE CAC 40

Rentabilité	PLUS FORTES BAISES			PLUS FORTES HAUSSES		
	Probabilité et période de retour			Probabilité et période de retour		
	Historique	Gauss	Fréchet	Historique	Gauss	Fréchet
0 %	100 %	100 %	100 %	0 %	100 %	100 %
	1 an	1 an	1 an		1 an	1 an
-1 %	100 %	100 %	99,98 %	+1 %	100 %	99,98 %
	1 an	1 an	1 an		1 an	1 an
-5 %	31,57 %	1,27 %	24,86 %	+5 %	31,57 %	1,68 %
	3 ans	78 ans	4 ans		3 ans	59 ans
-10 %	Non observé	0 %	1,01 %	+10 %	5,26 %	0 %
		> 100 000 ans	98 ans		19 ans	> 100 000 ans

QUEL EST L'IMPACT D'UN MOUVEMENT EXTRÊME DE MARCHÉ SUR LE PRIX DES OPTIONS ?

Les options sont notamment caractérisées par l'effet de levier qu'elles procurent aux investisseurs.

Les variations de cours de l'actif sous-jacent sont amplifiées à la hausse comme à la baisse au niveau du prix de l'option.

Le tableau ci-dessous considère des options, un *call* et un *put*, sur l'indice CAC 40, d'une maturité de 3 mois et émises à la monnaie (un prix d'exercice égal au cours de l'indice à la date d'émission de l'option et normalisé à 100). On étudie l'impact d'une variation de l'indice se produisant en une seule journée, les variations allant de -10% à +10%.

IMPACT D'UNE VARIATION DE PRIX DE L'INDICE CAC 40 SUR LA VARIATION DE PRIX D'OPTIONS

CAC40	VARIATION DE PRIX en %	
	Call	Put
-10	-72,87	127,94
-5	-44,21	55,46
-1	-10,63	9,24
0	-0,76	-0,84
1	9,68	-10,08
5	57,31	-40,76
10	127,89	-66,81

Les chiffres ci-contre illustrent l'effet de levier propre aux options : la variation du prix d'une option est amplifiée par rapport à la variation de prix de l'actif sous-jacent.

Par exemple, pour le détenteur d'un *call* (achat d'une option d'achat), une variation de +5% de l'indice se traduit par un doublement de la position optionnelle avec une plus-value de 57%.

Notons qu'une forte variation des prix (surtout à la baisse) s'accompagne aussi souvent d'une forte augmentation de la volatilité implicite, ce qui amplifie encore plus l'effet de levier mentionné ci-dessus.

LES MOUVEMENTS EXTRÊMES DE MARCHÉ

Cet article s'est attaché à montrer qu'au-delà du caractère souvent émotionnel qui entoure les chocs extrêmes sur les marchés financiers, il était possible d'apporter des informations objectives concernant ces événements.

En particulier, la théorie des valeurs extrêmes permet de bien appréhender la distribution des mouvements extrêmes de marché. ■

François LONGIN

*L'As Patrimonial Décembre 2009/Janvier 2010

** Longin F. (1996) "The asymptotic distribution of extreme stock market returns" - Journal of Business, N°63, pp 383-408.

Téléchargeable sur www.longin.fr

*** Longin F. (2000) "From VaR to stress testing : the extreme value approach" - Journal of Banking and Finance, N°24, pp 1097-1130.

Téléchargeable sur www.longin.fr

A PROPOS DE FRANÇOIS LONGIN

François Longin est Professeur de Finance à l'ESSEC.

Il poursuit une carrière dans le domaine de la banque et de la finance en alliant conseil, recherche et formation.

Il conseille les institutions financières pour leur gestion des risques, ainsi que les entreprises pour leur gestion financière.

Ses travaux de recherche portent principalement sur les événements extrêmes en finance et sur les applications pour les salles de marchés et les sociétés de gestion de portefeuille.

En savoir plus : www.longin.fr

